

Dawid Śnieżek

**Transport kwantowy  
w nano-strukturach  
wykonanych  
z trójwymiarowego  
kryształicznego izolatora  
topologicznego SnTe**

**Promotor:**

prof. dr hab. Jerzy Wróbel,

**Promotor pomocniczy:**

dr hab. Krzysztof Dybko,

Instytut Fizyki PAN,  

---



# Podziękowania

Praca nie mogłaby powstać, gdyby nie pomoc ze strony grup badawczych i zespołów naukowych w Instytucie Fizyki PAN oraz Wojskowej Akademii Technicznej, gdzie prowadzone były badania związane z doktoratem. Dlatego dziękuję wszystkim osobom, z którymi przyszło mi współpracować. Szczególnie chciałbym podziękować prof. Grzegorzowi Karczewskiemu z Laboratorium SL3 IF PAN oraz prof. Tomaszowi Storemu z Oddziału ON1 IF PAN za udostępnienie heterozłącz epitaksjalnych PbTe/SnTe i studni kwantowych CdTe/SnTe, które posłużyły do przygotowania próbek pomiarowych.

Struktury badawcze zostały wykonane metodą litografii elektronowej w Laboratorium SL2 IF PAN, gdzie przeprowadzono również pomiary w temperaturach sub-kelwinowych. W związku z tym, chciałbym podziękować ówczesnemu kierownikowi SL2, prof. Tomaszowi Dietlowi, za ciągle zainteresowanie przebiegiem i postępami prac. Dziękuję także dr inż. Jarosławowi Wróblowi z Wydziału Nowych Technologii i Chemii WAT za udostępnienie układu do pomiarów w silnych polach magnetycznych, pomoc w jego obsłudze i wiele porad w trakcie sesji pomiarowych.

Wiele też postawionych w doktoracie opiera się na porównaniu danych doświadczalnych z wynikami rachunków teoretycznych. Dlatego chciałbym wyrazić wdzięczność dr hab. Cezaremu Śliwie oraz prof. Jerzemu Wróblowi za udostępnienie programów i skryptów, służących do wykonania obliczeń. Wykorzystane w pracy oprogramowanie do analizy widm ruchliwości powstało w Wojskowej Akademii Technicznej, współfinansowane w ramach programu Ministerstwa Edukacji i Nauki pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019 - 2023 nr projektu 014/RID/2018/19.

Chciałbym serdecznie podziękować promotorowi pomocniczemu dr hab. Krzysztofowi Dybce za liczne porady w trakcie przygotowywania struktur pomiarowych i wyrozumiałość oraz pomoc przy wykonywaniu pomiarów i przygotowaniu materiałów do badań.

Szczególną wdzięczność pragnę wyrazić mojemu promotorowi prof. dr hab. Jerzemu Wróblowi za poświęcony czas, zaangażowanie i cierpliwość w trakcie prowadzenia prac nad niniejszą rozprawą, za cenne rady i nieocenioną pomoc przy analizie wyników eksperymentalnych oraz

za ważne sugestie w trakcie prac redakcyjnych.

# Streszczenie

Związki półprzewodnikowe SnTe i (Pb,Sn)Te zostały jako pierwsze uznane za nowych przedstawicieli topologicznej materii skondensowanej- tzw. *krystaliczne izolatory topologiczne*. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki pomiarów magnetotransportu przeprowadzonych na próbkach makroskopowych i nano-strukturach wykonanych z heterozłączeń SnTe/PbTe oraz studni kwantowych CdTe/SnTe/CdTe metodą litografii elektronowej. Heterozłącza i studnie kwantowe były wytworzone za pomocą epitaksji z wiązek molekularnych (MBE) na podłożach CdTe/GaAs, wzdłuż kierunku krystalograficznego [001].

Dla złączeń SnTe/PbTe, w niskich temperaturach i słabych polach magnetycznych, zaobserwowano charakterystyczne poprawki przewodnictwa, związane z interferencją funkcji falowej nośników prądu. Te same zjawiska, obserwowano również dla studni kwantowych SnTe. Wyniki sugerują, że za efekty słabej anty-lokalizacji (*weak anti-localization* WAL) odpowiadają nośniki topologiczne znajdujące się na międzypowierzchniach SnTe/PbTe i SnTe/CdTe, co potwierdza wyniki wcześniejszych prac dotyczących stopów (Pb,Sn)Te. W badanych strukturach makroskopowych stwierdzono również występowanie efektu słabej lokalizacji (WL), której obecność przypisano nośnikom nietopologicznym w warstwach PbTe i SnTe.

Klasyczny magnetotransport w próbkach makroskopowych został opisany przy użyciu analizy spektrum ruchliwości (*mobility spectrum analysis* MSA). W pracy pokazano, że elektronopodobne i dziuro-podobne maksima, obserwowane w widmach ruchliwości złączeń SnTe/PbTe, są związane z *jedno-nośnikowym* transportem w *pojedynczym paśmie* stanów topologicznych. Stwierdzono, że charakterystyczne podwójne linie widmowe pochodzą z wklęsłej i wypukłej części powierzchni stałej energii. Interpretacja ta została oparta na obliczeniach numerycznych składowych tensora przewodnictwa  $\sigma_{xx}$  i  $\sigma_{xy}$ , przeprowadzonych dla stanów powierzchniowych (001). Obecność charakterystycznych wielokrotnych maksimów w widmach nośników topologicznych potwierdziły badania przeprowadzone dla próbek wykonanych na podłożach ze studnią kwantową SnTe.

Studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe posłużyły do wykonania 6- i 8-sondowych nano-struktur o

długościach kanału przewodzącego od kilku do kilkunastu mikronów i fizycznych szerokościach poniżej jednego mikrona. Stwierdzono, że niskotemperaturowe własności elektryczne nanostruktur *istotnie różnią się* od próbek makroskopowych, w szczególności opory poszczególnych fragmentów struktury były znacznie większe od spodziewanych na podstawie czynników geometrycznych. W wysokooporowych kanałach kwantowych nanostruktur SnTe obserwowano nietypowe zależności oporu różniczkowego, mierzonego wzdłuż tych samych i przeciwnych krawędzi próbki, od pola magnetycznego.

Te nietypowe wyniki zinterpretowano jako związane z transportem zachodzącym przy udziale nośników topologicznych, których widmo energetyczne zostało skwantowane na skutek redukcji wymiarowości układu. Obliczenia stanów 1-wymiarowych na powierzchni (001) sugerują, że w przepływie prądu w kierunku [100] biorą udział nośniki zlokalizowane na bocznych krawędziach kanału przewodzącego, których energia nie zależy od *quasi*-momentu cząstki (tzw. *plaskie pasmo*). Przy tym założeniu, znacznie większą rolę w transporcie ładunku musi odgrywać oddziaływanie elektron-elektron. Uzyskane dane dotyczące zależności oporu od prądu stałego, płynącego przez próbkę, zostały zinterpretowane jako obserwacja *efektu Gurzhi*, związanego z *hydrodynamicznym przepływem* lepkiej cieczy fermionowej.

# Abstract

Semiconductor compounds SnTe and (Pb,Sn)Te were the first to be recognized as members of a new group of topological matter - the so-called *crystalline topological insulators*. This dissertation presents the results of magnetotransport measurements carried out on macroscopic samples and nano-structures made of SnTe/PbTe heterojunctions and CdTe/SnTe/CdTe quantum wells by electron-beam lithography. Heterojunctions and quantum wells were fabricated by molecular beam epitaxy (MBE) on CdTe/GaAs substrates oriented along the crystallographic direction [001].

For SnTe/PbTe junctions, at low temperatures and weak magnetic fields, characteristic conductivity corrections were observed, related to the interference of the wave function of current carriers. The same phenomena were also observed for SnTe quantum wells. The results suggest that topological carriers located on the SnTe/PbTe and SnTe/CdTe interfaces are responsible for the effects of *weak anti-localization* (WAL), confirming the results of previous work on (Pb,Sn)Te alloys. A weak localization (WL) effect was also found in the studied macroscopic structures, the presence of which was attributed to quantum transport of non-topological carriers.

Classical magnetotransport in macroscopic samples was described using *mobility spectrum analysis* (MSA). It was shown that the electron-like and hole-like maxima, observed in the mobility spectra of SnTe/PbTe junctions, were associated with *single-carrier* transport in *single* topological band. The characteristic double spectral lines were found to originate from the concave and convex parts of the constant energy surface. This interpretation was based on numerical calculations of the conductivity tensor components  $\sigma_{xx}$  and  $\sigma_{xy}$  carried out for the (001) surface states. The presence of characteristic multiple maxima in the spectra of topological carriers was confirmed by MSA for samples made of CdTe/SnTe/CdTe quantum wells.

SnTe quantum wells were used to fabricate 6- and 8-probe nano-structures with conducting channel lengths of several microns and physical widths of less than one micron. It was found that the low-temperature electrical properties of such nano-structures were *significantly different* from macroscopic samples. In particular, the resistances of individual fragments of the structure

were much higher than expectations based on purely geometrical factors. For such channels, unusual magnetic field dependencies of differential resistances, measured along the same and opposite edges of the sample, were observed.

These unusual results were interpreted as being related to the transport of topological carriers, whose energy spectrum was quantized due to the reduction of dimensionality. Calculations of 1-dimensional topological states, confined perpendicularly to the [100] direction suggest, that carriers involved in current flow are located at the edges of a channel. Furthermore, the energy of such edge states does not depend on *quasi-momentum* (*flat-band*). Under this assumption, the electron-electron interaction must strongly influence the charge transport along quantum channel. Therefore, the obtained data on the dependence of the resistance on the DC current were interpreted as an observation of the *Gurzhi effect*, associated with the *hydrodynamic flow* of a viscous fermionic liquid.



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Transport klasyczny w strukturach półprzewodnikowych</b>	<b>13</b>
2.1	Przewodnictwo i efekt Halla . . . . .	14
2.2	Spektroskopia ruchliwości . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Transport kwantowy</b>	<b>19</b>
3.1	Uniwersalne fluktuacje przewodnictwa i słaba lokalizacja . . . . .	21
3.2	Kwantyzacja przestrzenna i struktury 1-wymiarowe . . . . .	24
3.3	Hydrodynamiczny przepływ elektronów . . . . .	26
3.3.1	Lepkość cieczy kwantowej . . . . .	27
3.3.2	Efekt Gurzhi . . . . .	28
<b>4</b>	<b>SnTe jako izolator topologiczny</b>	<b>33</b>
4.1	Stany objętościowe . . . . .	33
4.2	Stany topologiczne . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Metody badawcze</b>	<b>41</b>
5.1	Litografia elektronowa . . . . .	41
5.1.1	Podłoża epitaksjalne . . . . .	44

5.1.2	Struktury pomiarowe . . . . .	45
5.2	Badania transportu elektrycznego . . . . .	48
5.2.1	Pomiary metodą AC w kriostacie He-3 . . . . .	49
5.2.2	Pomiary metodą DC w kriostacie He-4 . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Struktury PbTe/SnTe</b>	<b>53</b>
6.1	Pomiary magnetotransportu . . . . .	53
6.2	Kwantowe poprawki do przewodnictwa . . . . .	55
6.2.1	Warstwa PbTe . . . . .	57
6.2.2	Złącza SnTe/PbTe . . . . .	58
6.3	Widmo ruchliwości . . . . .	61
6.3.1	Model McClure'a dla stanów topologicznych . . . . .	62
6.3.2	MSA dla stanów topologicznych . . . . .	64
6.3.3	Widmo ruchliwości dla złącz SnTe/PbTe . . . . .	65
6.3.4	Wnioski . . . . .	72
<b>7</b>	<b>Struktury CdTe/SnTe/CdTe</b>	<b>75</b>
7.1	Wyniki pomiarów . . . . .	75
7.2	Widmo ruchliwości . . . . .	77
7.3	Efekty kwantowe . . . . .	80
7.4	Wnioski . . . . .	83
<b>8</b>	<b>Nano-struktury CdTe/SnTe/CdTe</b>	<b>85</b>
8.0.1	Opis badanych nano-struktur . . . . .	85
8.0.2	Ogólna charakterystyka wyników . . . . .	86
8.0.3	Kwantyzacja wymiarowa stanów topologicznych . . . . .	87

<i>SPIS TREŚCI</i>	9
8.0.4 Wyniki dla kanałów niskooporowych . . . . .	90
8.0.5 Wyniki dla kanałów wyskooporowych . . . . .	94
8.0.6 Zależność od temperatury . . . . .	95
8.0.7 Efekt Gurzhi . . . . .	97
<b>9 Podsumowanie</b>	<b>103</b>



# Wstęp

Trójwymiarowe izolatory topologiczne (*topological insulators* (TI) [1] jest to grupa materiałów, które ze względu na własności stanów objętościowych zachowują się jak izolatory, natomiast na ich powierzchni pojawiają się stany elektronowe o liniowej dyspersji. Stany te mogą przewodzić prąd elektryczny i są odporne na zaburzenia zewnętrzne. Topologiczne izolatory krystaliczne (TCI) to nowa klasa materiałów TI, w których bezprzerwowe stany powierzchniowe są chronione przez krystaliczną symetrię lustrzaną, a nie przez niezmienność względem odwrócenia w czasie, jak w konwencjonalnych izolatorach topologicznych [2]. Związki półprzewodnikowe SnTe i (Pb,Sn)Te były jako pierwsze uznane za członków tej nowej grupy izolatorów. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki pomiarów magnetotransportu przeprowadzonych na próbkach makroskopowych i nano-strukturach wykonanych z heterozłącz SnTe/PbTe oraz studni kwantowych CdTe/SnTe/CdTe metodą litografii elektronowej. Heterozłącza i studnie kwantowe były wytworzone za pomocą epitaksji z wiązek molekularnych (MBE) na podłożach CdTe/GaAs wzdłuż kierunku krystalograficznego [001].

Dla złącz SnTe/PbTe, w niskich temperaturach i słabych polach magnetycznych, zaobserwowano charakterystyczne poprawki przewodnictwa, związane z interferencją funkcji falowej elektronów. Dane zostały przeanalizowane przy użyciu zmodyfikowanego modelu Hikami, Larkina i Nagaoki (HLN), który opisuje efekty koherencji kwantowej oraz zawiera dodatkowy człon kwadratowy, uwzględniający klasyczny magnetoopór. Te same zjawiska, w szczególności tzw. słabą anty-lokalizację (*weak anti-localization* WAL) obserwowano również dla studni kwantowych SnTe. Wyniki sugerują, że za efekty WAL odpowiadają nośniki topologiczne znajdujące się na międzypowierzchniach SnTe/PbTe i SnTe/CdTe. Liczba przewodzących kanałów kwantowych jest jednak zredukowana w stosunku do wartości maksymalnej, prawdopodobnie z powodu rozproszeń nieelastycznych i możliwych oddziaływań między-powierzchniowych.

Klasyczny magnetotransport w próbkach makroskopowych został opisany przy użyciu analizy tzw. spektrum ruchliwości (*mobility spectrum analysis* MSA), która jest bardzo przydatna w przypadku transportu wielonośnikowego [3]. Metoda MSA była już stosowana dla materiałów topologicznych, jednak oddzielne piki wykryte w widmach ruchliwości były tradycyjnie interpretowane jako obecność odrębnych kanałów przewodzenia. W pracy pokazano, że elektrono-podobne i dziuro-podobne maksima, obserwowane w heterozłączach SnTe/PbTe, pochodzą z wklęsłej i wypukłej części powierzchni stałej energii stanów topologicznych, patrz Rys. 4.4. Innymi słowy, oba piki odpowiadają za transport *jedno-nośnikowy* w *pojedynczym paśmie* stanów topologicznych. Twierdzenie to zostało poparte obliczeniami teoretycznymi tensora przewodnictwa dla nośników opisanych modelem Liu *et al* [4]. Składowe tensora  $\sigma_{xx}$  i  $\sigma_{xy}$  zostały obliczone przy użyciu metody McClure'a [5], która bazuje na rozwiązaniach równania transportu Boltzmann. Obecność elektrono-podobnych i dziuro-podobnych pików w widmie ruchliwości potwierdziły badania klasycznego magnetotransportu przeprowadzone dla próbek wykonanych na podłożach ze studnią kwantową SnTe.

Studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe posłużyły również do wykonania 6- i 8-sondowych nanostruktur o długościach kanału przewodzącego od kilku do kilkunastu mikronów i fizycznych szerokościach poniżej jednego mikrona. Dla dwu próbek tego typu przeprowadzono pomiary transportu kwantowego w zakresie temperatur od 0.240 do 1.5 K. Stwierdzono, że niskotemperaturowe własności elektryczne nano-struktur *różnią się znacznie* od własności próbek makroskopowych, w szczególności opory poszczególnych fragmentów struktury były znacznie większe od spodziewanych na podstawie czynników geometrycznych.

Ponadto, w wysokooporowych kanałach kwantowych SnTe obserwowano nietypowe zależności oporu różniczkowego, mierzonego wzdłuż i w poprzek struktury. Interpretowano je jako związane z transportem zachodzącym przy udziale nośników topologicznych, których widmo energetyczne było skwantowane w związku z redukcją wymiarowości układu. Przy interpretacji skorzystano z wyników przygotowywanej do druku pracy [SliwaWrobel], która przewiduje obecność w drutach kwantowych SnTe 1-wymiarowych prądów krawędziowych o bardzo małej dyspersji energetycznej (tzw. *flat-bands*). Uzyskane dane sugerują, że w przepływie prądu biorą rzeczywiście udział nośniki zlokalizowane na bocznych krawędziach kanału przewodzącego. Przy tym założeniu, uzyskane dane dotyczące zależności oporu od prądu stałego, płynącego przez próbkę, zostały zinterpretowane jako obserwacja *efektu Gurzhi* [6], związanego z hydrodynamicznym przepływem cieczy fermionowej. Wcześniej efekt ten był obserwowany dla mikrostruktur wykonanych z heterozłącza AlGaAs/GaAs oraz dwu-sondowych struktur grafenowych.

## 2

# ***Transport klasyczny w strukturach półprzewodnikowych***

Opis przewodnictwa elektrycznego ze względu na falową naturę elektronów wymaga w zasadzie zastosowania modeli kwantowych. Modele takie powinny uwzględniać oddziaływania ładunków swobodnych z jonami sieci krystalicznej oraz wzajemne oddziaływania elektron-elektron. W wielu przypadkach jednak, szczególnie dla próbek makroskopowych, do analizy transportu wystarczy opis klasyczny, w którym nośniki ładunku uznaje się za nieoddziałujące *quasi*-cząstki poruszające się swobodnie, a źródłem oporu elektrycznego są zderzenia z domieszkami, niedoskonałościami sieci i fononami. Opis ten opiera się na kwantowej teorii pasmowej i w strukturach półprzewodnikowych model klasyczny uwzględniać musi strukturę pasm energetycznych a także statystykę elektronów i dziur. W przypadku niskich temperatur i materiałów silnie domieszkowanych, które są przedmiotem pracy, w przewodnictwie biorą udział wyłącznie nośniki znajdujące się w pobliżu energii Fermiego  $E_F$ . Wynika to z zakazu Pauliego, ponieważ wszystkie stany poniżej tej energii są zajęte i w rozpraszaniach, związanych ze zmianą pędu, biorą udział tylko elektrony (lub dziury) o energiach  $E_F \pm kT$ , gdzie  $T$  jest temperaturą gazu elektronowego. Poniżej przedstawione zostaną zasadnicze parametry służące do klasycznego opisu transportu elektrycznego dla niskich temperatur ( $kT \ll E_F$ ) i w silnie domieszkowanych strukturach półprzewodnikowych

## 2.1 Przewodnictwo i efekt Halla

Przewodnictwo metaliczne w modelu klasycznym można sobie wyobrazić jako *dryft* ładunków w polu elektrycznym, który prowadzi do przesunięcia powierzchni Fermiego w przestrzeni *quasi*-pędów. Wielkość tego przesunięcia zależy od częstości zderzeń elektronów (lub dziur) z domieszkami i fononami. Podstawowym parametrem opisującym to zjawisko jest *ruchliwość nośników*  $\mu$ . Jest również możliwy opis równoważny, w którym przepływ prądu rozumie się jako *dyfuzję* ładunków wywołaną nierównowagową koncentracją nośników w pobliżu kontaktów prądowych [7]. Parametrem opisującym przewodnictwo jest wtedy współczynnik dyfuzji  $\mathcal{D}$ , związany z ruchliwością  $\mu$  znanym wzorem Einsteina.

W modelu dryftu, elektrony w stanie równowagi poruszają się we wszystkich kierunkach bez tworzenia przepływu prądu. Po przyłożeniu zewnętrznego pola elektrycznego  $\mathbf{E}$  ruch elektronów staje się niesymetryczny, z dodatkową prędkością w kierunku pola. Ustala się nowy stan równowagi, w którym zwiększenie pędu  $\mathbf{p}$  na skutek siły  $e\mathbf{E}$  jest równoważone przez procesy rozpraszania

$$\left[ \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right]_{\text{rozpraszanie}} = \left[ \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right]_{\text{pole}} . \quad (2.1)$$

Wprowadzając czas relaksacji pędu  $\tau_m$ , mający sens średniego czasu między zderzeniami oraz uwzględniając obecność pola magnetycznego  $\mathbf{B}$ , będącego źródłem siły Lorentza, otrzymujemy

$$\frac{m\mathbf{v}_d}{\tau_m} = e[\mathbf{E} + \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}] \quad (2.2)$$

gdzie  $m^*$  - masa efektywna nośnika ładunku, wynikająca ze struktury pasmowej a  $\mathbf{v}_d$  - wypadkowa prędkość dryftu elektronów lub dziur. Biorąc pod uwagę, że pole elektryczne leży w płaszczyźnie  $(xy)$  i zakładając kierunek pola magnetycznego w kierunku osi  $z$  otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} m^*/e\tau_m & -B \\ B & m^*/e\tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

gdzie  $v_x, v_y$  - składowe wektora  $\mathbf{v}_d$  oraz  $E_x, E_y$  - składowe wektora pola elektrycznego  $\mathbf{E}$ .

Biorąc pod uwagę, że gęstość prądu  $\mathbf{J} = e\mathbf{v}_d n$ , gdzie  $n$  to koncentracja nośników ładunku, równanie przekształca się do postaci

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \sigma^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -\mu B \\ \mu B & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$



gdzie przewodnictwo elektryczne w zerowym polu magnetycznym jest dane tzw. wzorem Drudego

$$\sigma_0 = en\mu, \quad (2.5)$$

w którym występuje podstawowy parametr modelu transportu klasycznego, tzn. ruchliwość nośników

$$\mu = e\tau_m/m^*. \quad (2.6)$$

Równanie 2.4 można zapisać za pomocą tensora rezystywności  $\hat{\rho}$  jako

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = \mathbf{E} = \hat{\rho}\mathbf{J}, \quad (2.7)$$

gdzie  $\rho_{xx} = 1/(en\mu)$  oraz  $\rho_{xy} = -\mu B/\sigma_0 = -B/en$ , przy czym dla kryształów kubicznych  $\rho_{xy} = -\rho_{yx}$ . Do analizy transportu klasycznego wykorzystuje się odwrotność  $\hat{\rho}$  tzn tensor przewodnictwa

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

gdzie

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + \mu^2 B^2} \quad (2.9)$$

oraz

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0 \mu B}{1 + \mu^2 B^2}. \quad (2.10)$$

Ponadto, dla kryształów kubicznych  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  i  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ .

Model dryftu ładunków w polu elektrycznym i wzór Drudego dobrze opisują klasyczny transport dla pasm parabolicznych, jednak dla nośników opisanych liniową dyspersją, jak w przypadku grafenu, lepiej zastosować podejście ogólniejsze, oparte na modelu dyfuzji. Wtedy przewodnictwo w zerowym polu magnetycznym można przedstawić jako [8]

$$\sigma = e^2 D \mathcal{D}, \quad (2.11)$$

gdzie  $\mathcal{D}$  jest gęstością stanów natomiast  $D$  to współczynnik dyfuzji dany wzorem

$$D = \frac{1}{d} v^2 \tau_m, \quad (2.12)$$

w którym  $d$  to wymiarowość układu natomiast  $v$  to prędkość zdefiniowana jako pochodna energii po *quasi*-pędzie nośnika ładunku

$$v(E) = \frac{dE}{dp}. \quad (2.13)$$

Należy pamiętać, że zarówno gęstość stanów jak i prędkość zależą od energii  $E$ , ale dla zdegenerowanej statystyki  $E = E_F$  i tę zależność można pominąć. W szczególności, dla pasma parabolicznego wzór 2.11 sprowadza się do wzoru Drudego, w którym ruchliwość jest zdefiniowana za pomocą masy efektywnej  $m^* = p(E)/v(E)$ .

W przypadku dyspersji liniowej  $E(p) = v_0 p$ , jak dla grafenu lub izolatorów topologicznych, gdzie  $v_0$  jest niezależną od energii prędkością Diraca, otrzymujemy

$$\sigma = e^2 \frac{v_0}{p} \tau_m n, \quad (2.14)$$

biorąc pod uwagę, że gęstość stanów dla struktur 2-wymiarowych wynosi [8]

$$\mathcal{D} = \frac{2n}{v p}. \quad (2.15)$$

Uwzględniając następnie, że  $n = \pi p^2/h^2$ , gdzie  $h$  jest stałą Plancka, ze wzoru 2.14 mamy ostatecznie

$$\sigma = e^2 \frac{\sqrt{\pi}}{h} v_0 \tau_m \sqrt{n}. \quad (2.16)$$

Jak widać wyrażenie to nie przypomina wzoru Drudego 2.5. Ponadto, jak wynika z równania 2.15, gęstość stanów układów 2-wymiarowych opisanych dyspersją liniową jest proporcjonalna do pędu  $p$  i znika w punkcie Diraca.

Eksperymentalnie składowe tensora  $\hat{\sigma}$  są wyznaczone na podstawie pomiarów przewodnictwa i efektu Hall'a. Pomiarzy tego typu są podstawową metodą określania parametrów materiałów i są często wykorzystywane do charakteryzacji struktur półprzewodnikowych. Najczęściej stosuje się typową konfigurację, w której do prostokątnej próbki o długości  $L$  i szerokości  $W$  dodaje się kontakty prądowe na końcach oraz napięciowe po obu stronach szerokości kanału. W trakcie pomiaru próbka jest zasilana prądem płynącym wzdłuż długości  $L$  i mierzone są spadki napięcia na krawędzi  $V_L = V_1 - V_2$  oraz w poprzek kanału prądowego  $V_H = V_2 - V_3$ , patrz Rys. 2.1.

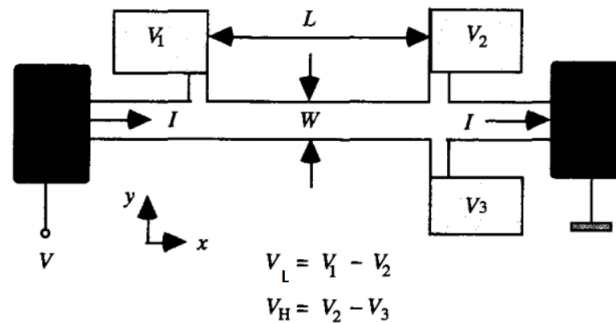
Korzystając z równania 2.7 oraz biorąc pod uwagę, że  $J_y = 0$  otrzymujemy

$$E_x = \rho_{xx} J_x, E_y = \rho_{yx} J_x. \quad (2.17)$$

Ponieważ  $I = J_x W$ ,  $V_L = E_x L$  oraz  $V_H = E_y W$ , na podstawie pomiarów możemy wyznaczyć składowe tensora  $\hat{\rho}$  dla struktury 2-wymiarowej

$$\rho_{xx} = \frac{V_L W}{I L}, \rho_{yx} = \frac{V_H}{I} \quad (2.18)$$

i stąd wyliczyć tensor przewodnictwa przez odwrócenie macierzy. Dla transportu jedno-nośnikowego ze wzoru 2.18 można znaleźć koncentrację ładunków ( $n$  lub  $p$ ) oraz ich ruchliwość  $\mu$  w badanej próbce.



**Rys. 2.1.** Przykład konfiguracji do pomiaru przewodnictwa i efektu Hall'a. Przez prostokątną próbkę o wymiarach  $L$  i  $W$  przepuszcza się jednorodny prąd  $I$  i mierzy spadek napięcia  $V_L$  oraz  $V_H$  [7]

## 2.2 Spektroskopia ruchliwości

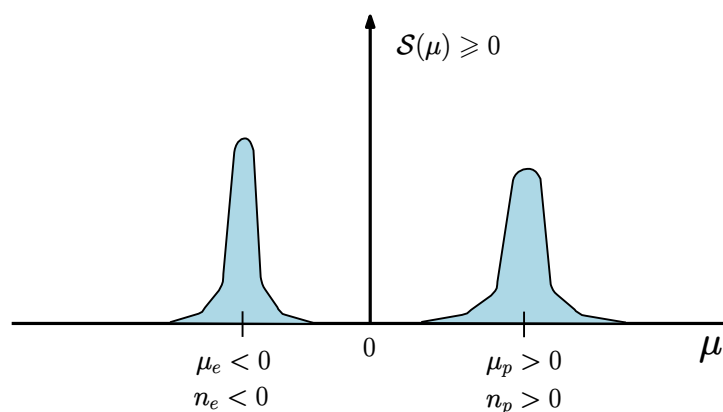
Wielowarstwowe struktury półprzewodnikowe produkowane współcześnie zawierają nośniki różnego typu o różnych ruchliwościach. Standardowa procedura pomiarów magneto-transportu, przeprowadzana w celu charakteryzacji kanałów przewodzących, wymaga identyfikacji wkładów od poszczególnych nośników do mierzonego tensora przewodnictwa. Najprostszym podejściem jest zastosowanie modelu Drudego, wtedy

$$\sigma_{xx}(B) = \sum_{i=1}^m \frac{en_i\mu_i}{1 + (\mu_i B)^2} \quad (2.19a)$$

$$\sigma_{xy}(B) = \sum_{i=1}^m S_i \frac{en_i\mu_i^2 B}{1 + (\mu_i B)^2}, \quad (2.19b)$$

gdzie  $n_i$  i  $\mu_i$  określają koncentrację i ruchliwość danego typu ładunków biorących udział w przepływie prądu, przy czym  $S_i = 1$  dla dziur i  $S_i = -1$  dla elektronów. Jeżeli na podstawie danych eksperymentalnych uda się wyznaczyć te parametry, to otrzymamy tzw. *dyskretne widmo ruchliwości*, które w pełni charakteryzuje przewodnictwo badanej struktury.

Podejście to jest w pełni wystarczające dla pasm parabolicznych opisanych modelem Drudego. Jednak dla wielu metali i półprzewodników, w których powierzchnia Fermiego nie jest kulista, taka procedura jest niezadowolająca. Przykładem może być pasmo walencyjne w krzemie lub arsenku galu albo elipsoidy stałej energii w związkach ołowiu, które są przedmiotem tej pracy. Rozwinięcie metody widma ruchliwości na przypadek materiałów o dowolnym kształcie powierzchni stałej energii przedstawił McClure [5], podejście to było następnie rozwijane przez



**Rys. 2.2.** Konwencja znaków przyjęta w metodzie MSA, zgodnie z którą ruchliwości  $\mu_e$  i koncentracja  $n_e$  elektronów są ujemne, natomiast dla dziur  $\mu_p, n_p$  dodatnie

Becka i Andersona [3]. Autorzy pokazali, że w przypadku ogólnym tensory przewodnictwa mogą być przedstawione w postaci całkowej

$$\sigma_{xx}(B) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{S}(\mu)d\mu}{1 + (\mu B)^2} \quad (2.20a)$$

$$\sigma_{xy}(B) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu B \cdot \mathcal{S}(\mu)d\mu}{1 + (\mu B)^2}, \quad (2.20b)$$

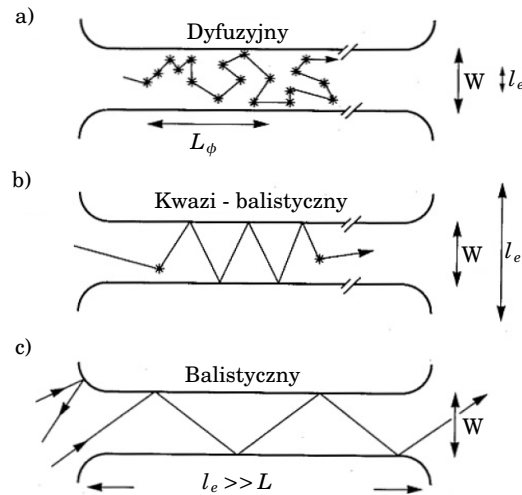
gdzie *ciągłe widmo ruchliwości*  $\mathcal{S}(\mu)$  jest zawsze nieujemne, natomiast same ruchliwości  $\mu$ , rozłożone na osi poziomej, są dodatnie dla dziur, a ujemne dla elektronów. Powyższe wyrażenia otrzymano rozpatrując klasyczny ruch nośnika ładunku w płaszczyźnie prostopadłej do pola magnetycznego po trajektorii o dowolnym kształcie, zwanej hodografem. Jako podstawowe założenie przyjęto, że czas relaksacji  $\tau_m$  *jest stały* na całej długości hodografu, może natomiast zależeć od  $z$ , to znaczy wzdłuż kierunku równoległego do pola  $B$ .

Procedura polegająca na eksperymentalnym wyznaczeniu zależności  $\sigma_{xx}(B)$  i  $\sigma_{xy}(B)$ , a następnie numerycznym rozwiązaniu równań całkowych 2.20 w celu otrzymania funkcji  $\mathcal{S}(\mu)$ , nazywa się analizą widma ruchliwości (*mobility spectrum analysis* - MSA). Schematycznie widmo tego typu, dla próbki w której przewodzą elektrony i dziury, pokazano na rysunku 2.2. Pole powierzchni pod każdym z obserwowanych pików jest równe wkładowi danych nośników do całkowitego przewodnictwa w zerowym polu magnetycznym. Dla materiałów, w których słuszny jest wzór 2.5 można stąd wyznaczyć ruchliwości i koncentracje wszystkich ładunków biorących udział w przepływie prądu. Metoda MSA jest jednak na tyle ogólna, że można ją zastosować do transportu w niesferycznych i nieparabolicznych pasmach. W pracy wykorzystano ją do badania warstw i studni SnTe.

# Transport kwantowy w nanostrukturach

Jak wiadomo, opór elektryczny próbek makroskopowych wynika z wielokrotnych rozpraszania nośników ładunku na domieszkach i niedoskonałościach sieci, które zachodzą w procesach dryftu czy dyfuzji. Rozmiary próbek makroskopowych są znaczne większe od *drogi swobodnej* przebywanej przez *quasi*-cząstkę między kolejnymi zderzeniami (tzn. ze stałą prędkością). Dla takich struktur można najczęściej pominąć wpływ kontaktów elektrycznych na procesy transportu i dlatego pomiary przewodnictwa oraz efektu Halla dostarczają informacji o objętościowych, niezależnych od rozmiaru próbki i od położenia kontaktów, własnościach nośników prądu. Do analizy otrzymanych danych wystarczające są klasyczne modele transportu, opisane w poprzednim rozdziale.

Współczesna technologia umożliwia jednak wykonanie metalicznych i półprzewodnikowych struktur *mezoskopowych*, których przynajmniej jeden z rozmiarów jest porównywalny ze średnią drogą swobodną przebywaną przez nośniki prądu. W związku z tym, należy w procesach rozpraszania odróżnić zderzenia elastyczne, zachodzące z czasem relaksacji  $\tau_e$ , w których *quasi*-cząstka nie zmienia swojej energii oraz nieelastyczne, np związane z absorpcją lub emisją fononu i opisane czasem relaksacji  $\tau_{ne}$ . Dla niskich temperatur elastyczną drogę swobodną można obliczyć jako  $l_e = \ell = v_F \tau_e$ , gdzie  $v_F$  jest prędkością Fermiego. Z kolei, tzw. *długość koherencji* wyrażamy jako  $l_\phi = L_\phi = v_F \tau_{ne}$ . Nazwa pochodzi stąd, że w procesach nieelastycznych zmienia się energia nośnika ładunku i w związku z tym, po przebyciu drogi  $L_\phi$  zmienia się *faza* jego funkcji falowej. Dla struktur półprzewodnikowych i grafenu sprzężenie z fononami jest słabe i dlatego zwykle dla tych materiałów  $\ell < L_\phi$ . W niskich temperaturach procesy nieelastyczne są związane z oddziaływaniami elektron-elektron zachodzącymi w obecności nieporządku.



**Rys. 3.1.** Rodzaje transportu elektronowego w strukturach mezoskopowych. Gdy droga swobodnego przebiegu jest: a) mniejsza od rozmiarów próbki ( $l < W, L$ ) - transport dyfuzyjny, b) porównywalna z szerokością kanału ( $l \sim W$ ) - transport *quasi*-balistyczny, c) większa od szerokości i długości kanału ( $l_e \gg W, L$ ) - transport balistyczny [9]

Nie są to bezpośrednie zderzenia cząstka-cząstka, takie jakie będą dyskutowane w punkcie 3.3, w których zachowana jest nie tylko energia ale także kierunek pędu. Do zmiany fazy funkcji falowej dochodzi raczej na skutek oddziaływania z fluktuującym polem elektrycznym, pochodzącym od chaotycznego ruchu pozostałych elektronów.

W zależności od wzajemnych relacji między rozmiarami próbki a wielkościami  $l$  i  $L_\phi$  w strukturach mezoskopowych mamy do czynienia z różnymi typami transportu, które pokazano na rysunku 3.1. Gdy średnia droga swobodna jest znacznie mniejsza od długości  $L$  i szerokości  $W$  kanału przewodzącego, transport ma charakter *dyfuzyjny*, rysunek (a). Jeżeli długość koherencji jest porównywalna z  $L$ , wtedy nie ma zderzeń nieelastycznych i relaksacja energii (ciepło Joule'a) zachodzi wyłącznie w kontaktach makroskopowych. W przeciwnej sytuacji, gdy  $l > W, L$  transport jest *balistyczny*, ponieważ *quasi*-cząstka zderza się wyłącznie ze ściankami kanału (elastycznie) i dlatego *prawdopodobieństwo transmisji* z lewej części próbki do prawej wynosi  $\mathcal{T} = 1$ , rysunek (c). W sytuacji pośredniej  $W < l < L$  ruch ładunków jest *quasi-balistyczny*, rozpraszanie do tyłu na pojedynczych domieszkach znajdujących się wewnątrz struktury powoduje, że  $\mathcal{T} < 1$ , rysunek (b).

Wszystkie rodzaje transportu, przedstawione na rys. 3.1 nie mogą być w pełni opisane za pomocą modeli klasycznych, omawianych w poprzednim rozdziale. Analiza wyników pomiarowych

wymaga uwzględnienie co najmniej dwu typów efektów kwantowych. Pierwsze dotyczą sytuacji, gdy długość koherencji  $L_\phi$  jest porównywalna z rozmiarami struktury, patrz rysunek (a). W przypadku transportu dyfuzyjnego należy uwzględnić interferencje funkcji falowej *quasi*-cząstki, poruszającej się z różnymi amplitudami prawdopodobieństwa na różnych trajektoriach. Po drugie, należy uwzględnić kwantyzację poziomów energetycznych, która pojawia się gdy długość fali elektronu (lub dziury)  $\lambda_F$  staje się porównywalna z szerokością struktury  $W$ . Wtedy powstają mody poprzeczne (fale stojące), których odległość energetyczna jest tym większa, im mniejsza jest szerokość kanału.

### 3.1 Uniwersalne fluktuacje przewodnictwa i słaba lokalizacja

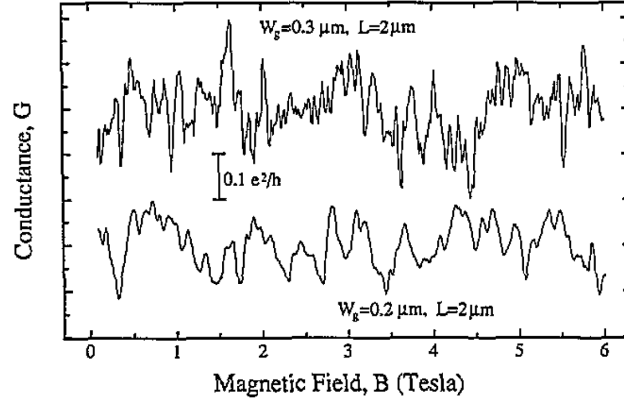
Pokazana na rysunku 3.1(a) trajektoria cząstki kwantowej poruszającej się ruchem dyfuzyjnym jest tylko jedną z możliwych. W związku z tym, na odległościach rzędu drogi koherencji amplitudy prawdopodobieństwa dla każdej z trajektorii będą się dodawać, co może prowadzić do konstruktywnej lub destruktywnej interferencji. Dla transportu w polu magnetycznym, pojawia się dodatkowa faza, różna dla każdej ze ścieżek dyfuzyjnych, która zmienia funkcję falową elektronu lub dziury. Dlatego dla niskich temperatur w funkcji pola  $B$  obserwuje się powtarzalne fluktuacje przewodnictwa, których wzór jest unikalny dla każdej konfiguracji domieszek i zmienia się po każdym odgrzaniu i ponownym schłodzeniu próbki. W związku z tym, krzywe  $G(B)$ , gdzie  $G = 1/R$  przedstawiają tzw. uniwersalne fluktuacje przewodności (*universal conductance fluctuations* – UCFs).

Przykłady uniwersalnych fluktuacji przewodnictwa pokazano na rysunku 3.2, gdzie przedstawiono krzywe  $G(B)$  dla drutów kwantowych wykonanych z silnie domieszkowanych warstw arsenku galu (GaAs) typu  $n$ . Dane UCF można scharakteryzować za pomocą funkcji korelacji zdefiniowanej jako

$$F(\Delta B) = \langle [G(B) - \langle G(B) \rangle] \times [G(B + \Delta B) - \langle G(B + \Delta B) \rangle] \rangle, \quad (3.1)$$

gdzie  $\langle \dots \rangle$  oznacza uśrednianie a  $\Delta G$  jest wielkością przesunięcia danych względem siebie wzdłuż osi pola magnetycznego. Tak zwane pole korelacji określamy na podstawie wartości  $\Delta B$ , w której wartość funkcji  $F$  zmniejsza się o połowę  $F(\Delta B_{\text{corr}}) = F(0)/2$ . Korzystając z tego parametru możemy wyznaczyć długość koherencji  $L_\phi$  za pomocą wzoru [11]

$$\Delta B_{\text{corr}} \approx \frac{h}{e} \frac{1}{L_\phi W}, \quad (3.2)$$



**Rys. 3.2.** Uniwersalne fluktuacje przewodnictwa (UCFs) dla dwu próbek wykonanych z warstwy  $n$ -GaAs, których wymiary podano na rysunku. Przewodność  $G$  jest w jednostkach uniwersalnych  $e^2/h$ , pomiary przeprowadzono w temperaturze  $T = 4.2$  K [10].

który jest słuszny dla  $L_\phi > W$ , gdzie  $W$  to szerokość kanału przewodzącego. Dla danych przedstawionych na rysunku 3.2 otrzymano  $L_\phi \approx 0.4 \mu\text{m}$  [10] i rzeczywiście ten warunek jest spełniony. Widać również, że pole korelacji rośnie (częstość fluktuacji maleje) dla próbki o mniejszej szerokości.

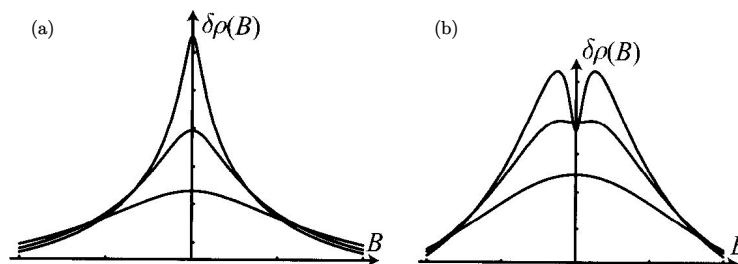
Gdy długość koherencji jest większa od długości próbki, uniwersalne fluktuacje mają maksymalną amplitudę równą kwantowi przewodnictwa  $e^2/h$ . W przeciwnym przypadku, gdy  $L > L_\phi$  amplituda jest zmniejszona i można ją oszacować ze wzoru [11]

$$\delta G \approx \frac{e^2}{h} \left( \frac{L_\phi}{L} \right)^{3/2}. \quad (3.3)$$

Znaczne osłabienie fluktuacji widać wyraźnie na rysunku 3.2. Wynika ono z tego, że opór jest mierzony na wielu nieskorelowanych kwantowo fragmentach o rozmiarach rzędu  $L_\phi$  i dlatego dla próbek makroskopowych nie obserwujemy efektów związanych z interferencją funkcji falowej.

Mechanizm odpowiedzialny za uniwersalne fluktuacje przewodnictwa jest również źródłem efektu zwanego słabą lokalizacją (*weak localization* – WL) [12]. Wśród trajektorii dyfuzyjnych są i takie, na których *quasi*-cząstka wraca do punktu początkowego rozpraszając się na domieszkach. W związku z tym może nastąpić konstruktywna interferencja funkcji falowych elektronu pomiędzy dwiema odwróconymi w czasie drogami, które są równie prawdopodobne. W ten sposób zwiększa się prawdopodobieństwo lokalizacji nośników w punkcie początkowym, co z kolei zmniejsza ich udział w przewodzeniu prądu i opór dla  $B = 0$  jest *zwiększony* w stosunku





**Rys. 3.3.** Zmiany oporności  $\rho$  w polu magnetycznym  $B$ , wynikające z interferencji funkcji falowych dla kwantowego transportu dyfuzyjnego. Górne krzywe odpowiadają sytuacji  $L_\phi \ll L_{SO}$  (a) oraz  $L_{SO} \lesssim L_\phi$  (b), patrz tekst. Wykresy poniżej odpowiadają sytuacji w której  $L_\phi$  maleje. Rysunek pochodzi z podręcznika [11]

do wartości wynikającej z modeli klasycznych. Włączenie pola magnetycznego, które łamie symetrię odwrócenia w czasie, zmniejsza ten efekt, ponieważ między funkcjami falowymi *quasi*-cząstki na obu trajektorii powrotnych pojawia się różnica fazy. Zmianę oporu w funkcji pola magnetycznego ilustruje rysunek 3.3(a).

Sytuacja zmienia się, gdy w materiale mamy do czynienia z oddziaływaniem spin-orbita (SO). Może ono pochodzić od samego materiału, pod warunkiem że sieć krystaliczna nie ma środka inwersji. W strukturach dwu-wymiarowych (studniach kwantowych) oddziaływanie tego typu jest również związane z tzw. efektem Bychkova-Rashby [13] i pojawia się gdy potencjał studni jest asymetryczny. Hamiltonian SO komutuje z operatorem inwersji w czasie ale mimo to, między amplitudami prawdopodobieństwa dla orbit powrotnych pojawia się różne od zera przesunięcie fazowe. Jest tak dlatego, ponieważ w obecności oddziaływania spin-orbita procesy rozpraszania na domieszkach prowadzą do obrotu spinowego momentu magnetycznego (spinu) *quasi*-cząstki. Poza tym, orientacja spinu zmienia się także *między zderzeniami*. Całkowity obrót w przestrzeni spinowej dla danej trajektorii zależy zatem od kolejności wykonywania wszystkich obrotów cząstkowych. Dla symetrycznej w czasie trajektorii powrotnej kolejność i kierunek zmian orientacji spinowej jest odwrotna, dlatego pojawia się przesunięcie fazowe prowadzące do interferencji destruktywnej i *zmniejszenia* oporu w stosunku do wartości klasycznej. Mówimy wtedy o słabej *anty-lokalizacji* (WAL).

W obecności oddziaływania spin-orbita wprowadza się dodatkową skalę długości  $L_{SO} = v_F \tau_{SO}$ , gdzie  $\tau_{SO}$  jest czasem po jakim określona orientacja spinu staje się *całkowicie przypadkowa*. Gdy  $L_\phi \ll L_{SO}$  dominuje słaba lokalizacja, gdy jednak  $L_{SO} \lesssim L_\phi$  na krzywej magnetooporu

obserwujemy najpierw wzrost a potem dopiero spadek, patrz rysunek 3.3(b). Teorię obu efektów opracowali Hikami, Larkin i Nagaoka [14], w szczególności dla słabej lokalizacji (WL) zmiana przewodności w polu magnetycznym  $B$  dana jest wzorem

$$\delta G(B) = \alpha \frac{e^2}{h} \left[ \ln \left( \frac{B_\phi}{B} \right) - \Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{B_\phi}{B} \right) \right], \quad (3.4)$$

gdzie  $\Psi$  jest tzw. funkcją digamma, natomiast charakterystyczny parametr o wymiarze  $B$  jest zdefiniowany są jako  $B_\phi = \hbar/(4eL_\phi^2)$ . Dla materiałów, w których oddziaływanie spin-orbita jest bardzo silne  $L_{SO} \ll L_\phi$ , wzór wygląda podobnie tylko parametr  $\alpha$  zmienia wartość i znak na ujemny, natomiast rolę  $L_\phi$  przejmuje  $L_{SO}$ . Na koniec warto zaznaczyć, że dla struktur półprzewodnikowych o bardzo dużej ruchliwości nośników nie obserwuje się efektów lokalizacyjnych, ponieważ wtedy  $L_\phi, L_{SO} < \ell$  aż do najniższych temperatur.

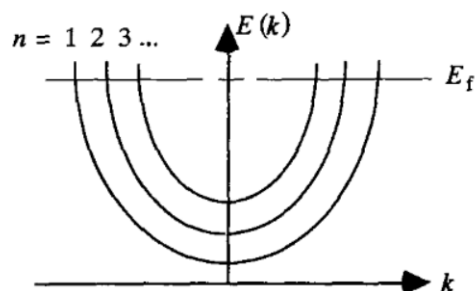
## 3.2 Kwantyzacja przestrzenna i struktury 1-wymiarowe

Dla nano-struktur, w których mamy do czynienia z transportem balistycznym lub *quasi*-balistycznym, zaczynają odgrywać rolę efekty związane z kwantyzacją wymiarową stanów elektronowych. Jak już wspomniano, gdy długość fali *quasi*-cząstki  $\lambda_F$  jest porównywalna z szerokością kanału pojawiają się mody poprzeczne (fale stojące), których odległość energetyczna zależy od szerokości struktury. W związku z tym, ilość takich stanów 1-wymiarowych można oszacować ze wzoru

$$N \approx \frac{W}{\lambda_F/2}.$$

Na przykład, dla 2-wymiarowej koncentracji elektronów  $n_s = 4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  długość fali Fermiego wynosi  $\lambda_F \approx 40 \text{ nm}$ . A zatem, dla struktury o szerokości  $0.4 \mu\text{m}$  spodziewamy się ok. 10 modów poprzecznych i dla nośników obsadzających te stany możliwy jest ruch wyłącznie wzdłuż kanału (kierunek  $x$ ). Gdy potencjał definiujący drut kwantowy jest w przybliżeniu paraboliczny (kierunek  $y$ ), mody  $n = 1, 2, \dots, N$  są równo odległe w skali energii. Schematycznie pokazano to na rys. 3.4.

Jak wiadomo, dla niskich temperatur w transporcie biorą udział wyłącznie stany znajdujące się na poziomie Fermiego, które w tym przypadku różnią się wartościami *quasi*-momentu  $k_n = k_{xn}$ . W modelu *quasi*-klasycznym odpowiadają im cząstki poruszające się pod różnymi kątami w stosunku do ścianek struktury (porównaj rysunki 3.1b i 3.1c). Podstawowym wynikiem uzyskanym dla transportu balistycznego jest odkrycie, że każdy z 1-wymiarowych modów przewodzących daje taki sam wkład do całkowitej przewodności, równy  $e^2/h$ . W związku z



**Rys. 3.4.** Schematyczny wykres pokazujący skwantowane wartości energii (pasma poprzeczne lub mody) wynikające z ograniczenia ruchu nośników w wąskim kanale,  $E_f$  – energia Fermiego,  $k$  – *quasi*-pęd wzdłuż kierunku przewodzenia [7].

tym, dla struktury dwusondowej, składającej się tylko z kontaktów prądowych (źródło–dren) otrzymujemy

$$G = \frac{2e^2}{h} N, \quad (3.5)$$

gdzie  $N$  jest ilością obsadzonych modów 1-wymiarowych natomiast czynnik 2 uwzględnia oba kierunki spinu. Jak widać, przewodność  $G$  nie zależy od długości struktury (jak w prawie Ohma). Skończony opór ( $R = 1/G$ ), pojawiający się w transporcie balistycznym, wynika z *redystrybucji* prądu pomiędzy dużą ilością modów przewodzących, dostępnych w kontaktach makroskopowych a niewielką liczbą stanów 1-wymiarowych, dopuszczalnych w kanale kwantowym, patrz rys. 3.1c.

W przypadku transportu *quasi*-balistycznego w niskich temperaturach, wyrażenie 3.5 przyjmuje postać tzw. wzoru Landauera

$$G = \frac{2e^2}{h} \mathcal{T}, \quad (3.6)$$

gdzie  $\mathcal{T} = T_{21}(E_F)$  jest uśrednionym po wszystkich modach prawdopodobieństwem transmisji z kontaktu 1 (źródło) do kontaktu 2 (dren). Wyrażenie to można również zapisać jako

$$I_1 = \frac{2e^2}{h} T_{21}(V_1 - V_2), \quad (3.7)$$

gdzie  $I_1$  jest prądem wypływającym z źródła a  $(V_1 - V_2)$  to różnica napięć źródło–dren.

W badaniach transportu kwantowego, większość pomiarów prowadzona jest dla struktur wielosondowych, wykonanych najczęściej w konfiguracji hallowskiej, omawianej w poprzednim rozdziale. Wzór 3.7 został uogólniony na przypadek struktur z wieloma kontaktami przez

Büttikera. Podstawowym założeniem było *równoważne* potraktowanie sond prądowych i napięciowych. Przy takim podejściu otrzymujemy

$$I_p = \frac{2e^2}{h} \sum_q T_{pq}(V_p - V_q), \quad (3.8)$$

gdzie indeksy  $p$  i  $q$  numerują wszystkie kontakty. Sondę napięciową o indeksie  $k$  definiuje się wtedy jako spełniającą warunek  $I_k = 0$ .

Zwykle badania transportu struktur wielokontaktowych prowadzi się w ten sposób, że prąd zasilający przepływa przez kanały  $i$  oraz  $j$  natomiast pomiaru napięcia dokonuje się na terminalach  $k$  i  $l$ . Wynikiem jest opór oznaczany jako

$$R_{ij,kl} = \frac{V_k - V_l}{I}, \quad (3.9)$$

gdzie  $I = I_i = -I_j$  jest prądem płynącym przez odpowiednie kontakty. Korzystając ze wzoru Büttikera 3.8 można tę wielkość wyrazić za pomocą elementów macierzy transmisji  $T_{pq}$ . Jej składowe zależą od wielu czynników takich jak szerokości i długości głównego kanału kwantowego i terminali pomiarowych, ich wzajemna orientacja w przestrzeni, krzywizna brzegów w miejscach rozgałęzień oraz obecność lub brak nieporządku. W związku z tym, możliwe są również pomiary w tzw. *konfiguracjach nielokalnych*, w których sondy napięciowe ( $kl$ ) są ulokowane poza kanałem prądowym ( $ij$ ) i dla których modele klasyczne przewidują  $R_{ij,kl} = 0$ . Możliwe jest również otrzymanie *ujemnych* wartości oporów, co nie jest obserwowane dla próbek makroskopowych.

### 3.3 Hydrodynamiczny przepływ elektronów

Większość zjawisk związanych z klasycznym i kwantowym transportem w nanostrukturach półprzewodnikowych da się opisać za pomocą modelu nieoddziałujących elektronów. Ostatnio jednak coraz więcej uwagi poświęca się badaniu przepływu elektronów w kanałach kwantowych, którego opis wykracza poza model gazu Fermiego i wymaga uwzględnienia oddziaływania elektron-elektron w procesach rozpraszania oraz efektów znanych z hydrodynamiki płynów [15]. Siłę oddziaływań korelacyjnych dla danego materiału i konkretnej próbki można ocenić za pomocą parametru [16]

$$\alpha = \frac{\langle E_{\text{pot}} \rangle}{\langle E_{\text{kin}} \rangle} \quad (3.10)$$

gdzie  $\langle E_{\text{pot}} \rangle$  jest średnią energią potencjalną a  $\langle E_{\text{kin}} \rangle$  średnią energią kinetyczną przypadającą na jeden elektron. Energia potencjalna jest związana z elektrostatycznym odpychaniem się

ładunków i jest proporcjonalna do  $1/r_0$ , gdzie  $r_0$  jest średnią odległością między elektronami. Energia kinetyczna z kolei, jest proporcjonalna do energii Fermiego  $E_F$  i w związku z tym  $\langle E_{\text{kin}} \rangle \propto k_F^2 \propto 1/r_0^2$ . Ostatecznie otrzymuje się, niezależnie od wymiarowości układu

$$\alpha \sim r_s \propto \frac{m^*}{\epsilon_s}, \quad (3.11)$$

gdzie  $r_s$  jest średnią odległością między ładunkami wyrażoną w efektywnym promieniu Bohra,  $m^*$  jest masą efektywną a  $\epsilon_s$  stałą dielektryczną materiału.

Gdy parametr  $\alpha \ll 1$ , wpływ efektów korelacyjnych jest zaniedbywalny i model nieoddziałujących elektronów jest wystarczający do opisu zjawisk transportu. Gdy jednak  $\alpha \gtrsim 1$ , może się okazać, że dominującym mechanizmem rozpraszania są zderzenia elektron-elektron ( $e-e$ ). Czas relaksacji  $\tau_{ee}$  dla tego typu procesów można oszacować ze wzoru [17]

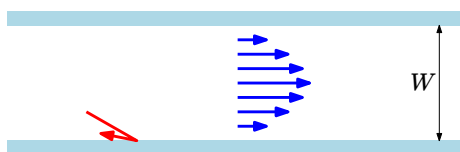
$$\tau_{ee} \sim \frac{1}{\alpha^2} \frac{\hbar E_F}{(kT)^2}, \quad (3.12)$$

gdzie  $T$  oznacza temperaturę. Jak wynika ze wzoru 3.11 spodziewamy się bardzo częstych zderzeń ( $e-e$ ) w próbkach o niskiej koncentracji elektronów (duże  $r_s$ ), dużej masie efektywnej i małej stałej dielektrycznej.

Należy podkreślić, że w trakcie rozpraszania całkowity pęd cieczy elektronowej *nie ulega zmianie*. Co prawda, elektron rozpraszając się na innym elektronie zmienia swój kierunek prędkości, ale z powodu nierozróżnialności cząstek kwantowych, całkowity pęd się nie zmienia kierunku (*momentum conserving scattering*). Procesy, w których pęd jest zachowany nie dają wkładu do oporu (pomijamy tzw. procesy *Umklapp*). Dlatego rola normalnych zderzeń  $e-e$  w przepływie hydrodynamicznym polega na kierowaniu elektronów w kierunku brzegu próbki.

### 3.3.1 Lepkość cieczy kwantowej

Na rysunku 3.5 pokazano przepływ cieczy elektronowej w wąskim kanale, podczas którego dominuje rozpraszanie elektron-elektron. Ponieważ rozpraszanie to nie zmienia prędkości przepływu (pęd jest zachowany), jedynym mechanizmem zmieniającym kierunek ruchu elektronu są zderzenia ze ściankami kanału. Dlatego rozkład prędkości (niebieskie strzałki) jest niejednorodny i szybkość przepływu cieczy fermionowej maleje w pobliżu brzegów struktury. Parametrem, który opisuje taki hydrodynamiczny rozkład prędkości jest *lepkość*  $\eta$  (tzw. *shear viscosity*), podobnie jak w przypadku przepływu klasycznej cieczy, która 'przyklepa się' do ścianek wąskiej kapilary.



**Rys. 3.5.** Rozkład prędkości przepływu cieczy fermionowej w kanale o szerokości  $W$  (niebieskie strzałki), w którym występuje tylko rozpraszanie ( $e-e$ ) oraz rozpraszanie na ściankach (czerwona strzałka)

Lepkość  $\eta$  w takim przepływie jest proporcjonalna do czasu relaksacji  $\tau_{ee}$  ponieważ im dłuższa droga swobodna  $\ell_{ee} = v_F \tau_{ee}$  tym łatwiej elektrony docierają do ścianek. Przykładem cieczy kwantowej, dla której  $\eta \propto \tau_{ee}$ , jest ciekły izotop helu  ${}^3\text{He}$ , którego atomy są fermionami. Ze wzoru 3.12 wynika, że lepkość tego skroplonego gazu powinna *rosnąć* w najniższych temperaturach jak  $T^{-2}$ , co rzeczywiście obserwuje się w eksperymentach [18]. Wzrost lepkości aż do najniższych temperatur jest możliwy w Helu-3, ponieważ w cieczy nie mamy do czynienia z rozpraszaniem na defektach sieci czy rozpraszaniem na fononach, jak w ciałach stałych. Oba te mechanizmy powodują zmianę kierunku prędkości elektronu w trakcie zderzenia, a zatem pęd układu nie jest zachowany. W związku z tym, oddziaływanie ze ściankami kanału ma mniejsze znaczenie w transporcie i rozkład prędkości w poprzek kierunku prądu jest stały. Wtedy nie spodziewamy się efektów związanych hydrodynamicznym przepływem elektronów.

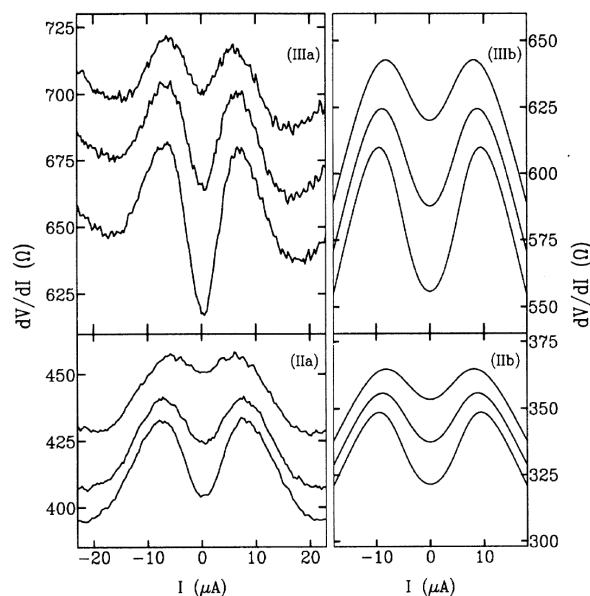
### 3.3.2 Efekt Gurzhi

Lepkiego przepływu cieczy elektronowej nie spodziewamy się w niskich temperaturach ponieważ dla większości metali dominuje wtedy rozpraszanie na domieszkach. Poza tym, parametr  $\alpha$  jest bardzo mały w próbkach o wysokiej koncentracji ( $\alpha \approx r_s$ ). W wyższych temperaturach natomiast, może dominować rozpraszanie na fononach opisane czasem relaksacji  $\tau_{ph}$ , który maleje jak  $T^{-3}$  (dla  $T \ll T_D$ , gdzie  $T_D$  temperatura Debye'a). W związku z tym, najczęściej mamy do czynienia z zależnością

$$\ell < \ell_{ee} < W, \quad (3.13)$$

gdzie  $\ell$  jest średnią drogą swobodną przy rozpraszaniu na domieszkach lub fononach a  $W$  jest szerokością kanału przewodzącego. Wtedy opór próbki opisany jest przez ruchliwość  $\mu$ , koncentrację  $n$  nośników prądu i geometrię próbki.

Może się jednak okazać, że w bardzo czystych materiałach, o dużej ruchliwości i niskiej koncen-



**Rys. 3.6.** Opór różniczkowy  $dV/dI$  w funkcji stałego prądu  $I$  płynącego przez próbkę, dla kanałów AlGaAs/GaAs o długości ok.  $60 \mu\text{m}$  (IIa) i  $120 \mu\text{m}$  (IIIa) oraz szerokości  $3.6 \mu\text{m}$ , w funkcji temperatury sieci  $T = 1.8 \text{ K}$ ,  $T = 3.1 \text{ K}$  i  $T = 4.5 \text{ K}$  (od dołu do góry). Po prawej stronie pokazano wyniki obliczeń teoretycznych (IIb i IIIb). Rysunek z pracy [19]

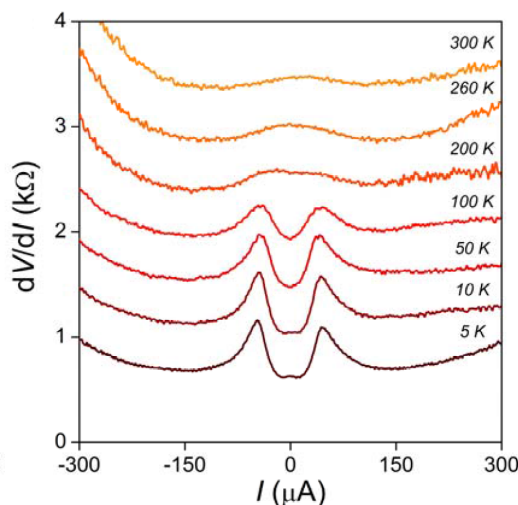
tracji (duże  $\alpha$ ), będzie możliwy zakres temperatur, w którym spełniony jest warunek

$$\ell_{ee} < W < \ell, \quad (3.14)$$

co odpowiada sytuacji przedstawionej na Rys.3.5. Jak pokazał Gurzhi [6], w tych warunkach opór próbki jest określony przez parametr lepkości  $\eta$  oraz kształt kanału przewodzącego. Ponieważ jak wyjaśniono powyżej, lepkość cieczy fermionów maleje z temperaturą, to również opór próbki *maleje* ze wzrostem  $T$ . Warunkiem obserwacji tego nieoczekiwanego zjawiska jest spełnienie nierówności 3.14. Dla wyższych temperatur, opór może znowu rosnać z powodu rozpraszania na fononach. Z kolei dla niskich temperatur, kiedy najmniejszą skalą długości jest szerokość kanału

$$W < \ell_{ee} < \ell \quad (3.15)$$

opór próbki *rośnie* ze wzrostem  $T$ . Jest tak dlatego, ponieważ im częstsze są zderzenia elektron-elektron (mniejsze  $\tau_{ee}$ ) tym bardziej ciecz elektronowa jest kierowana w stronę brzegów kanału, gdzie zachodzą zderzenia ze zmianą pędu, dające wkład do  $R$ . Można to uznać za elektronowy analog tzw. *zjawiska Knudsena*, znanego z przepływu gazów w kapilarach [15].



**Rys. 3.7.** Opór  $dV/dI$  w funkcji prądu  $I$  płynącego przez próbkę dla mikrostruktury grafenowej o szerokości  $W = 2.5 \mu\text{m}$ , w funkcji temperatury sieci od  $T = 5 \text{ K}$  do  $T = 300 \text{ K}$ . Rysunek z pracy [20] (materiały dodatkowe)

Bardzo dobrym kandydatem do obserwacji efektu Gurzhi są zatem półprzewodnikowe druty kwantowe wykonane z modulacyjnie domieszkowanych heterozłączy AlGaAs/GaAs, dzięki długiej drodze swobodnej, niskiej koncentracji i słabemu sprzężeniu elektronów z fononami akustycznymi ( $\tau_{\text{ph}} \propto T^{-1}$ ). Po raz pierwszy minimum oporu w funkcji temperatury dwuwymiarowego gazu elektronowego obserwowano w pracy [19]. Badano tam kanały o szerokości ok  $3.5 \mu\text{m}$  i długościach  $L$  od ok.  $20 \mu\text{m}$  do  $120 \mu\text{m}$ . Drogę swobodną w tych strukturach oszacowano na  $\ell \approx 20 \mu\text{m}$  oraz parametr  $\alpha \approx 0.7$  przy koncentracji  $n = 2.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Główna idea pomiaru polegała na tym, aby zwiększać jedynie temperaturę gazu elektronowego (a nie sieci krystalicznej) za pomocą stałego prądu przepuszczanego przez próbkę.

Na rysunku 3.6 pokazano opór różniczkowy dłuższych próbek w funkcji prądu  $I$ , który efektywnie zwiększał temperaturę elektronów  $T_e$  i tym samym zwiększał częstotliwość zderzeń ( $e-e$ ). Obserwowano najpierw wzrost oporu a potem spadek, który przypisano przejściu od przepływu Knudsena do efektu Gurzhi. W związku z tym, maksimum  $dV/dI$  powinno odpowiadać temperaturze  $T_e$  dla której  $\ell_{ee} \approx W$ . Wzrost oporu różniczkowego dla  $I > 20 \mu\text{A}$  przypisano podwyższeniu temperatury sieci na skutek ciepła Joule'a.

Niedawno wyniki pracy [19] powtórzono dla mikrostruktury wykonanej z grafenu o zbliżonych rozmiarach ( $L = 17 \mu\text{m}$ ,  $W = 2.5 \mu\text{m}$ ) i podobnej koncentracji elektronów  $n = 4.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  [20]. Odpowiednie pomiary oporu różniczkowego przedstawiono na Rys.3.7. Podobnie jak dla



kanałów AlGaAs/GaAs obserwuje się wzrost a potem spadek  $dV/dI$  w funkcji  $T_e$ , które przypisuje się przejściu od słabszego ( $\ell_{ee} > W$ ) do silniejszego ( $\ell_{ee} < W$ ) rozpraszania elektron-elektron. Zgodnie z oczekiwaniami, dla wyższych temperatur ( $T \gtrsim 200$  K) wzrost oporu (przepływ Knudsen) znika, ponieważ wtedy ( $\ell_{ee} < W$ ) niezależnie od  $I$  i obserwuje się tylko słabe minimum związane z efektem Gurzhi. W ostatnich latach to właśnie kanały przewodzące wykonane z grafenu stają się podstawowymi mikrostrukturami, służącymi do badań przepływów hydrodynamicznych w cieczy fermionowej [17].

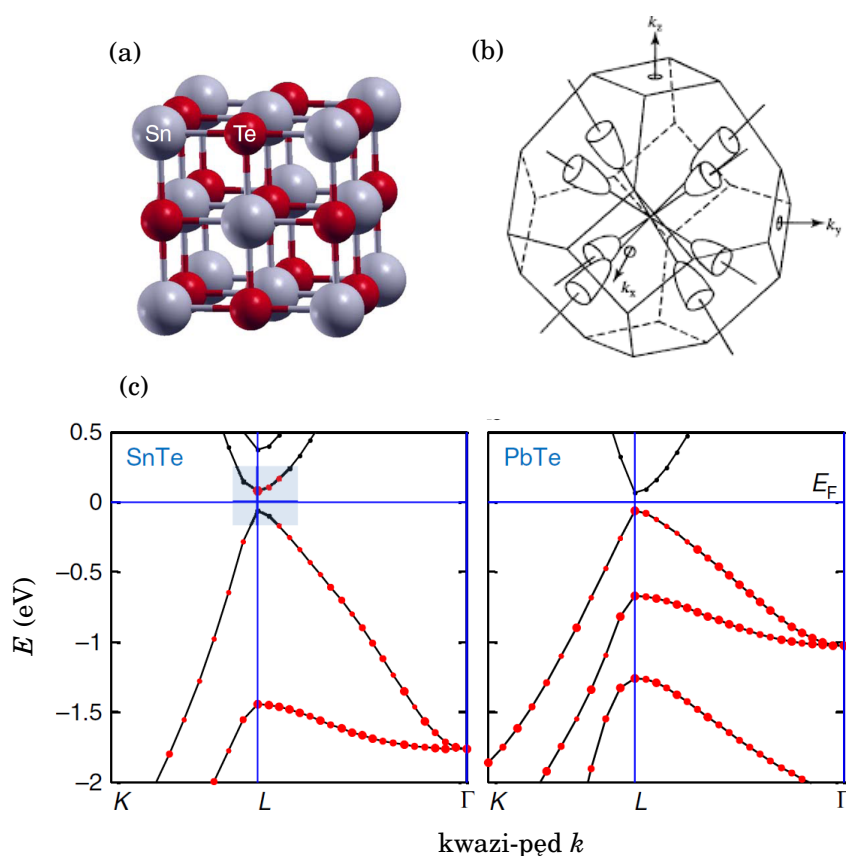


# SnTe jako izolator topologiczny

Wąskoprzerwowe półprzewodniki z grupy IV-VI są od dawna obiektem wielu szeroko zakrojonych badań ze względu na ich zastosowania jako detektory podczerwieni i elementy termoelektryczne. W ostatnich latach przedstawiciele tej grupy materiałów, związki SnTe i (Pb,Sn)Te, stały się przedmiotem intensywnych studiów jako trójwymiarowe izolatory topologiczne (*topological insulators* - 3D TI) [1, 21]. Jest to klasa materiałów, które ze względu na własności stanów objętościowych zachowują się jak izolatory – pomiędzy pasmami przewodnictwa i walencyjnym istnieje przerwa energetyczna  $E_g$ . Ich wyjątkowość polega na tym, że na powierzchni pojawiają się bezprzerwowe stany elektronowe o liniowej dyspersji, przypominające stożki Diraca, znane ze struktury pasmowej grafenu. Stany te mogą przewodzić prąd elektryczny i są chronione przez symetrię w tym sensie, że przerwa energetyczna pozostaje zamknięta, mimo zaburzeń topologii układu. W przypadku selenku bizmutu  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , który jest typowym przedstawicielem rodziny 3D TI, jest to symetria względem odwrócenia w czasie (*time reversal symmetry*). Związki półprzewodnikowe SnTe i (Pb,Sn)Te były jako pierwsze uznane za członków nowej klasy izolatorów topologicznych – tzw. *izolatorów krystalicznych* (*topological crystalline insulators* - TCI) [2], w których stany powierzchniowe są chronione przez symetrię sieci atomowej. Poniżej przedstawimy podstawowe własności SnTe i PbTe, ważne ze względu na analizę wyników przedstawionych w kolejnych rozdziałach.

## 4.1 Stany objętościowe

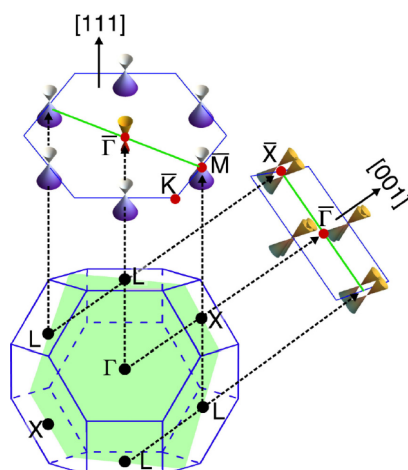
Warstwy epitaksjalne SnTe oraz PbTe (który *nie jest* izolatorem topologicznym) krystalizują w strukturze soli kuchennej (NaCl) o symetrii kubicznej, przedstawionej na rysunku 4.1(a). Oba



**Rys. 4.1.** Struktura kubiczna (fcc) w której krystalizują SnTe i PbTe (a). Strefa Brillouina i elipsoidy stałej energii, punkty L znajdują się wzdłuż kierunków  $\langle 111 \rangle$  (b). Struktura pasmowa obu związków w pobliżu punktu L, szary prostokąt pokazuje obszar gdzie zachodzi inwersja pasm (c) [23].

związki są materiałami z wąską przerwą energetyczną, która wynosi odpowiednio 0.36 eV dla SnTe oraz 0.19 eV dla PbTe i jest zlokalizowana w punktach L strefy Brillouina, patrz rys. 4.1(b). Dwukrotnie zdegenerowane pasma przewodnictwa i walencyjne charakteryzują się silną anizotropią, którą opisuje parametr  $\gamma = m_{\parallel}/m_{\perp}$ , gdzie  $m_{\parallel}$  jest masą efektywną wzdłuż kierunku  $(\Gamma - L)$ , a  $m_{\perp}$  jest masą efektywną w kierunkach prostopadłych. Z powodu silnej anizotropii, powierzchnie stałej energii mają kształt wydłużonych elipsoid, jak dla pasma przewodnictwa germanu. Dla SnTe mamy  $m_{\perp} = 0.052m_e$  oraz  $\gamma = 6.2$ , dla PbTe odpowiednie parametry wynoszą  $m_{\perp} = 0.021m_e$  oraz  $\gamma = 10.0$ , gdzie  $m_e$  jest masą elektronu. Cechą charakterystyczną omawianych związków jest również bardzo duża wartość stałej dielektrycznej  $\epsilon_s$ , która wynosi ok. 1400 dla SnTe i ok.1300 dla PbTe [22].

Przy analizie danych doświadczalnych, uzyskanych za pomocą spektroskopii ruchliwości, ko-



**Rys. 4.2.** Stożki Diraca, które powstają na powierzchniach (111) i (001) SnTe, ich położenie wynika z rzutowania punktów  $L$  3-wymiarowej strefy Brillouina na odpowiednie płaszczyzny krystalograficzne. W każdej z 2-wymiarowych stref Brillouina są cztery takie stożki [24].

rzystano ze wzorów definiujących tzw. *masę efektywną przewodnictwa*

$$m_c^* = m_\perp \frac{3\gamma}{2\gamma + 1}, \quad (4.1)$$

która ma związek z czasem relaksacji oraz *masę efektywną gęstości stanów*

$$m_d^* = m_\perp \gamma^{1/3}. \quad (4.2)$$

Wykorzystując te definicje możemy oszacować parametry nośników odpowiedzialnych na transport w strukturach 2-wymiarowych, takie jak na przykład energia Fermiego

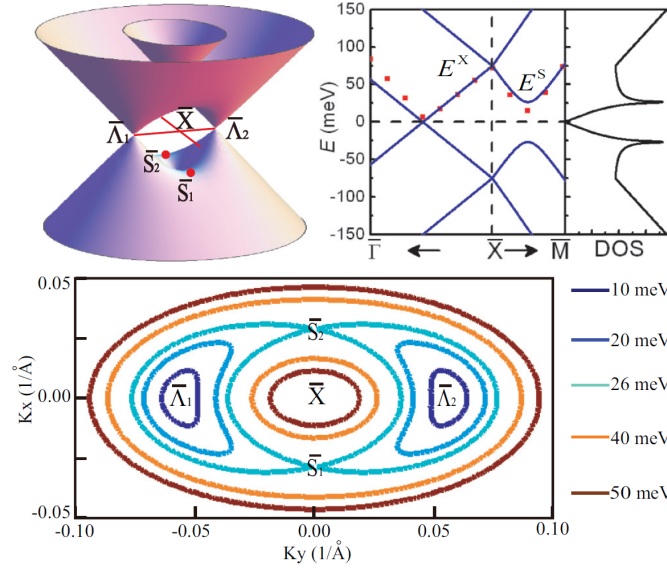
$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_d^*}, \quad (4.3)$$

gdzie średni *quasi-pęd* Fermiego  $k_F$  jest dany wyrażeniem

$$k_F = (2\pi n / N_{\text{eli}})^{1/2}, \quad (4.4)$$

przy czym  $N_{\text{eli}} = 4$  jest liczbą równoważnych elipsoid stałej energii natomiast  $n$  jest koncentracją nośników, wyznaczoną w eksperymencie z pomiarów efektu Halla. Z kolei, dla oszacowania czasu relaksacji i drogi swobodnej na podstawie pomiarów ruchliwości, należy użyć wzoru 4.1.

Tak wyznaczone parametry są jedynie szacunkowe, ponieważ transport klasyczny w materiałach o silnie anizotropowych powierzchniach Fermiego nie może być w pełni opisany za pomocą



**Rys. 4.3.** Obliczona metodą  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  struktura pasmowa dla stanów topologicznych na powierzchni (001) w pobliżu punktu  $\bar{X}$  na granicy strefy Brillouina. Po prawej stronie pokazano zależność energii od *quasi*-momentu  $k$  dla wybranych kierunków oraz gęstość stanów (DOS). Poniżej przedstawiono izoenergetyczne przekroje, które ilustrują kształt „podwójnego” stożka Diraca. [4].

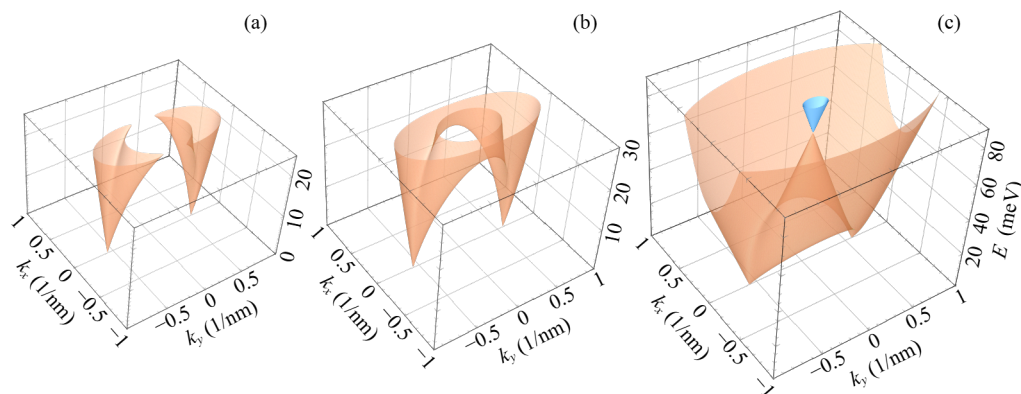
składowych tensora przewodnictwa danych wzorami 2.9 i 2.10. Pełna postać macierzy  $\hat{\sigma}$  zależy od wzajemnej orientacji pola magnetycznego, prądu oraz osi głównych elipsoid stałej energii. Dla słabych pól magnetycznych, gdy spełniony jest warunek  $\mu^2 B^2 \ll 1$ , odpowiednie wyrażenia analityczne dla wybranych konfiguracji pomiarowych można znaleźć w monografii [25]. W szczególności, dla silnie domieszkowanych materiałów i zdegenerowanej statystyki nośników, teoria przewiduje pojawienie się dodatniego magnetooporu

$$\frac{\Delta R}{R} = \mu^2 B^2 (s_2 - s_1^2), \quad (4.5)$$

gdzie  $s_1$  i  $s_2$  są stałymi zależnymi od parametru anizotropii i konfiguracji pomiarowej. Gdy pole magnetyczne jest skierowane równoległe do kierunku [001] a prąd płynie wzdłuż osi [100] stałe te przyjmują wartość

$$s_1 = s_2 = 3\gamma(2 + \gamma)/(1 + 2\gamma)^2. \quad (4.6)$$

W przypadku braku anizotropii ( $\gamma = 1$ ) mamy  $s_1 = s_2 = 1$  i magnetoopór 4.4 znika, tak jak w modelu Drudego.

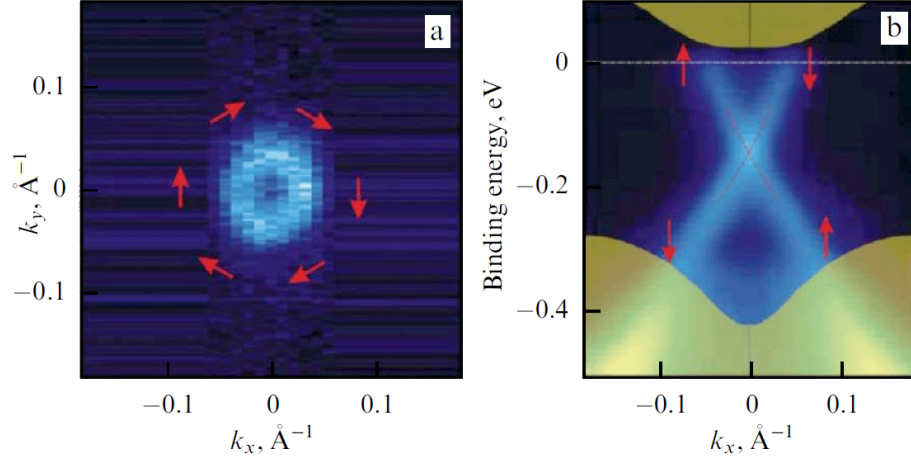


**Rys. 4.4.** Struktura pasm energetycznych  $E_{H,L}(\mathbf{k})$  dla stanów powierzchniowych (001),  $(k_x, k_y) = (0, 0)$  odpowiada punktowi  $\bar{X}$  dwuwymiarowej strefy Brillouina [4]. Pasma o dodatnich energiach są wykreślone do poziomu Fermiego  $E_F = 25$  meV (a),  $E_F = 30$  meV (b) i  $E_F = 90$  meV (c). Rysunki (a) i (b) ilustrują płaszczyzny o stałej energii, tuż poniżej i powyżej przejścia Lifshitz, które zachodzi przy  $E_F = 26$  meV. Dla energii  $E_F > 70$  meV górne pasmo  $E_H$ , pokazane jako niebieski stożek w (c), zostaje obsadzone i współlistnieje ze stanami objętościowymi.

## 4.2 Stany topologiczne

Na rysunku 4.1(c) pokazano wierzchołki pasm w pobliżu przerwy energetycznej dla SnTe i PbTe wraz z zaznaczoną kolorami symetrią funkcji falowych elektronów i dziur. Dla PbTe stany pasma walencyjnego są utworzone przede wszystkim ze stanów anionowych telluru (kolor czerwony) natomiast pasmo przewodnictwa ma symetrię stanów kationowych ołowiu (kolor czarny), tak jak można się spodziewać dla jonowego izolatora  $\text{Pb}^{2+}\text{Te}^{2-}$ . Tymczasem dla SnTe w okolicy przerwy energetycznej jest odwrotnie, odpowiednie funkcje falowe pochodzą od Pb (pasmo walencyjne) i Te (pasmo przewodnictwa). Tego typu inwersja w SnTe zachodzi w czterech punktach  $L$  strefy Brillouina (BZ), dlatego na płaszczyznach granicznych (001), (111) i (110) spodziewane są dokładnie cztery stożki Diraca, które są chronione przez symetrie odbicia względem lustrzanych płaszczyzn (110) [23]. Bezprzerwowe stany powierzchniowe z liniową dyspersją energii, pokazane schematycznie na rysunku 4.2, zostały rzeczywiście zaobserwowane na powierzchniach (001) i (111) (Pb,Sn)Te oraz SnTe za pomocą spektroskopii fotoemisyjnej APRES [26, 27].

Topologiczne stany powierzchniowe na granicy (001) SnTe są w pewien sposób bardziej interesujące niż stany na powierzchni (111). Aby przedyskutować topologię tych stożków Diraca, Liu *et al.* [4] wprowadzili niskoenergetyczny model  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  dla chronionych przez symetrię stanów



**Rys. 4.5.** Obrazy ARPES stanów topologicznych na powierzchni  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , (a) tekstura spinowa, (b) zależność dyspersyjna, (czerwone strzałki) [28, 29].

topologicznych. Wyniki dla płaszczyzny (001) przedstawiono na rys. 4.3. Jak widać, punkty Diraca nie znajdują się w punkcie  $\bar{X}$  na granicy strefy Brillouina, ale są nieco przesunięte do środka wzdłuż kierunku  $\bar{\Gamma}\bar{X}$  [23]. Ponadto, topologia powierzchni Fermiego zmienia się w funkcji energii i wykazuje tzw. przejście Lifshitz'a, któremu towarzyszy osobliwość Van Hove'a w gęstości stanów (DOS) dla  $E = 26$  meV.

Zależność dyspersyjna, otrzymana metodą  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  w otoczeniu punktu  $\bar{X}$  strefy Brillouina, jest dana wyrażeniem [4]

$$E_{\text{H,L}}(\mathbf{k}) = \sqrt{m^2 + \delta^2 + v_x^2 k_x^2 + v_y^2 k_y^2 \pm 2\sqrt{m^2 v_x^2 k_x^2 + (m^2 + \delta^2) v_y^2 k_y^2}}, \quad (4.7)$$

gdzie parametry modelu przyjmują wartości  $v_x = 2.4$  eVÅ,  $v_y = 1.3$  eVÅ,  $m = 70$  meV i  $\delta = 26$  meV [23]. Jest to podstawowe wyrażenie, z którego korzystano w niniejszej pracy dla analizy pomiarów przeprowadzonych w reżimach transportu klasycznego i kwantowego. Wyniki obliczeń modelowych, wykonanych przy zastosowaniu wzoru 4.7, są pokazane na Rys. 4.4 dla trzech różnych wartości energii Fermiego  $E_F$ .

Cechą charakterystyczną stanów topologicznych, która odróżnia je od innych stanów powierzchniowych jest to, że są one niezdegenerowane spinowo. Ponadto, kierunek spinu w stosunku do kierunku *quasi*-momentu  $\mathbf{k}$  pędu jest ustalony (*spin-momentum locking*). Inaczej mówiąc, każdy stan kwantowy opisany wektorem  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  ma ustaloną wartość oczekiwaną operatora spinowego momentu pędu. Rozkład tych wartości w 2-wymiarowej strefie Brillouina nazywany jest teksturą spinową (*spin texture*), która można badać za pomocą spektroskopii



fotoemisyjnej ARPES. Przykład tekstury spinowej dla izolatora topologicznego Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> pokazano na rysunku 4.5, przedstawiono tam również niezdegenerowany spinowo stożek Diraca.

Jak wiadomo, badania transportu topologicznych stanów powierzchniowych są bardzo utrudnione w materiałach klasy SnTe z powodu silnego samoistnego przewodnictwa typu  $p$ , o typowej koncentracji  $p \sim 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  [30]. W rezultacie, transport powierzchniowy jest zamaskowany przez przewodnictwo objętościowe. Dlatego wiele badań poświęconym własnościom elektrycznym stopów (Pb,Sn)Te dotyczy cienkich warstw epitaksjalnych i studni kwantowych, aby zwiększyć rolę nośników dwuwymiarowych w przepływie prądu.

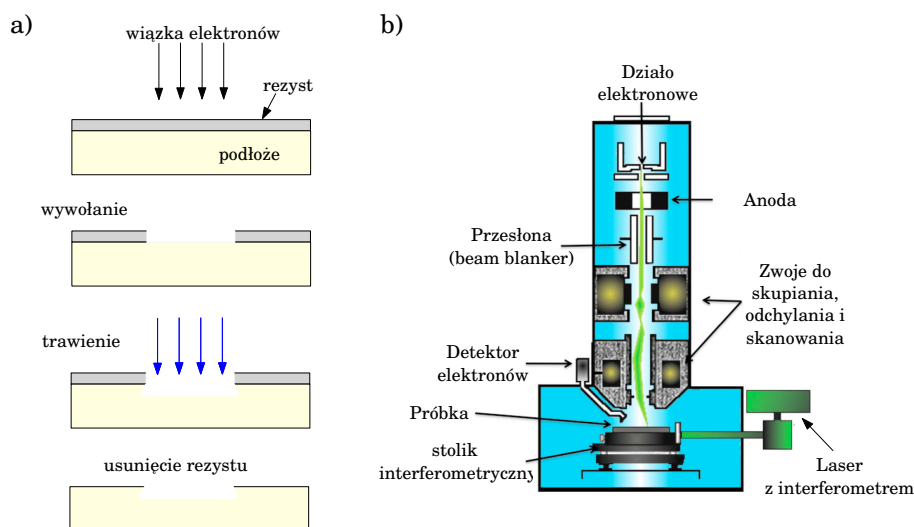


# Metody badawcze

Struktury półprzewodnikowe badane w niniejszej pracy zostały wykonane tzw. metodą *top-to-bottom*, w której materiałem wyjściowym do wykonania próbek są 2-wymiarowe studnie kwantowe albo hetero-złącza, wyhodowane za pomocą epitaksji z wiązek molekularnych (MBE). Projekty próbek przeznaczonych do pomiarów były przenoszone na materiały podłoża za pomocą litografii elektronowej (*electron-beam lithography* – EBL). Proces ten jest najczęściej wielostopniowy, w kolejnych poziomach litograficznych wykonuje się kontakty elektryczne, wytrawia linie separujące definiujące kształt próbki oraz napylą sterujące bramki elektrostatyczne. Tak przygotowane struktury półprzewodnikowe były badane w niskich temperaturach i silnych polach magnetycznych przy pomocy technik kriogenicznych opartych na kriostatach zawierających ciekłe izotopy helu He-3 i He-4 oraz magnesy nadprzewodzące. Badania transportu elektronowego były prowadzone przy wykorzystaniu technik stało- i zmiennie-prądowych, umożliwiających pomiary przewodnictwa elektrycznego i efektu Halla.

## 5.1 Litografia elektronowa

Litografia elektronowa jest procesem technologicznym, w którym projekt próbki jest przenoszony na materiał podłoża za pomocą wiązki elektronowej o typowej energii od 5 do 100 keV, sterowanej przez magnetyczne lub elektryczne systemy odchylające [31]. Istnieje wiele typów urządzeń, które wykorzystują ten proces, również na skalę przemysłową. Zaletą elektronografii jest jej wysoka zdolność rozdzielcza (do kilku nm) oraz brak konieczności używania wcześniej przygotowanych masek, jak w fotolitografii. W laboratoriach badawczych popularne jest rozwiązanie, w którym do procesu ekspozycji wiązką elektronową wykorzystuje się od-

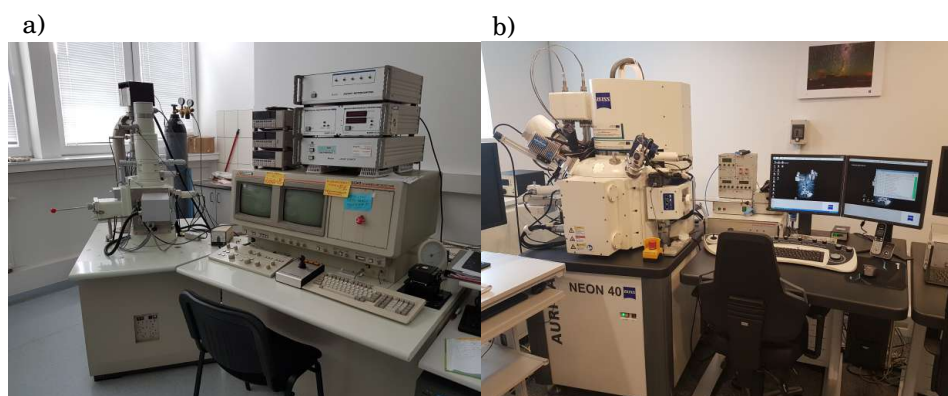


**Rys. 5.1.** a) Etapy typowego procesu litografii elektronowej (od góry do dołu): naświetlenie wiązką elektronów próbki pokrytej rezystem, wywołanie naświetlonych obszarów w roztworze wywołującym, trawienie (mokre lub suche) odkrytych obszarów próbki, usunięcie rezystu ; b) Schemat budowy skaningowego mikroskopu SEM [31]

powiednio adaptowany mikroskop skaningowy (SEM). Zaletą tych systemów jest ich duża elastyczność, umożliwiającą wykonywanie wielu wersji struktur prototypowych bez konieczności przygotowywania nowych masek, różnych dla każdego poziomu litograficznego. Wadą tego rozwiązania jest natomiast czas naświetlania, który może być bardzo długi (rzędu godzin) dla złożonych struktur. Pojawiają się wtedy problemy związane ze stabilnością wiązki i dryftem temperaturowym.

Przed procesem litografii powierzchnia próbki zostaje pokryta substancją czułą na strumień elektronów (tzw. rezystem), który zmienia swoją rozpuszczalność po naświetleniu. Wyróżnia się dwa rodzaje rezystów: pozytywny oraz negatywny [32]. W przypadku pierwszego z nich, strumień elektronów niszczy wiązania substancji elektronoczułej w obszarach poddanych ekspozycji, co pozwala na ich usunięcie. Następuje to po zanurzeniu materiału w roztworze wywołującym, składającym się z rozpuszczalników organicznych. Przeciwna sytuacja ma miejsce w rezyście negatywnym, gdzie obszary naświetlone zostają utwardzone, a usuwane są rejony nie poddane ekspozycji. Najbardziej rozpowszechnionym pozytywnym materiałem elektronoczułym stosowanym w litografii jest polimer PMMA (poly-methyl-methacrylate) [33].

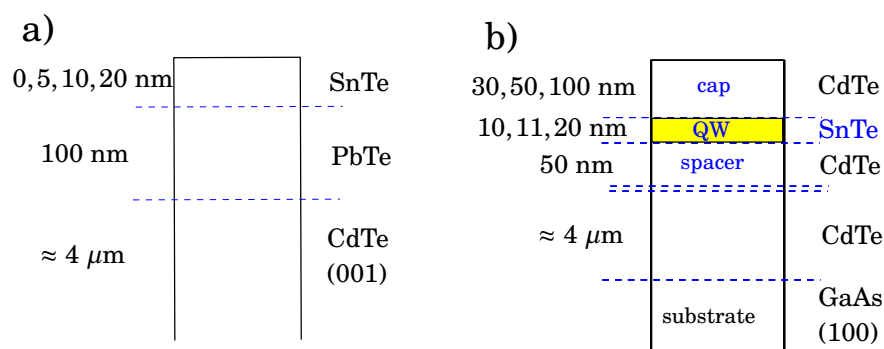
Po usunięciu naświetlonych fragmentów rezystu, wzór próbki zostaje przeniesiony na materiał podłoża, zwykle za pomocą procesu trawienia (mokrego lub suchego). Rezyst działa w tym



**Rys. 5.2.** Systemy litograficzne używane w trakcie prac nad rozprawą: a) mikroskop SEM JEOL 6400, b) mikroskop SEM Zeiss AURIGA

wypadku jako maska zabezpieczająca obszary nie podlegające obróbce, pod warunkiem że jest odporny na działanie substancji trawiącej. W ten sposób, wzór litograficzny zostaje odwzorowany na powierzchni podłoża do zadanej głębokości, zależnej od parametrów procesu. W ostatnim etapie maska jest usuwana w rozpuszczalnikach organicznych (np. acetonie w przypadku PMMA) 5.1a. Bardzo często, zamiast trawienia stosuje się tzw. proces *lift-off*, który jest wykorzystywany do wytwarzania kontaktów metalicznych lub elektrostatycznych bramek sterujących. W tym celu, po wywołaniu naświetlonych obszarów, na całą próbkę napływa się warstwę odpowiedniego metalu po czym usuwa się emulsje elektronoczułą w odpowiednim rozpuszczalniku [32, 33]. Mimo swojej prostoty, proces *lift-off* jest trudny, wymaga kontroli nad grubością i profilem rezystu po wywołaniu, a także nad przyczepnością emulsji i warstwy metalicznej powierzchni próbki.

System litograficzny, oparty ma mikroskopie skaningowym (SEM), oprócz standardowych elementów optyki elektronowej jest wyposażony w dodatkowy osprzęt i odpowiednie oprogramowanie. Typowy mikroskop składa się z komory głównej, kolumny i działa elektronowego, którego główną częścią jest katoda wykorzystująca termoemisję (wolfram, LaB<sub>6</sub>) lub emisję polową (typu Schottky'ego) 5.1b. Kolumna wraz z komorą pracują w warunkach wysokiej próżni, utrzymywanej za pomocą układu pomp. Kolumna zawiera wszystkie elementy optyki konieczne do utworzenia, przyspieszenia i skupienia wiązki na powierzchni próbki oraz elektrostatyczny lub magnetyczny układ odchylający. Do dodatkowego wyposażenia, związanego z litografią, należy migawka odcinająca wiązkę (tzw. *beam-blanker*), przetworniki analogowo-cyfrowe oraz programy sterujące. Korzystnym rozszerzeniem systemu jest stolik interferometryczny, umożliwiający precyzyjne pozycjonowanie próbki względem osi optycznej mikroskopu.



**Rys. 5.3.** Kolejność i grubości warstw epitaksjalnych dla a) złącz SnTe/PbTe, b) studni kwantowych CdTe/SnTe/CdTe

Podczas prac nad rozprawą doktorską używano dwóch mikroskopów SEM, wyposażonych w odpowiednie rozszerzenia. Pierwszy JEOL 6400 z włóknem wolframowym i  $\text{LaB}_6$  o max. napięciu przyspieszającym 40 kV, rozdzielczości 10 nm, powiększeniu do 300 000x, rozmiarze zogniskowanej wiązki 3.5 nm oraz stolikiem interferometrycznym 5.2a. Drugi to mikroskop Zeiss AURIGA z obrazowaniem elektronowym (rozdzielczość 1 nm przy 15 kV) i jonowym (rozdzielczość 2.5 nm przy 30 kV) z włóknem typu Schottky'ego i stolikiem piezoelektrycznym 5.2b. Obydwa układy były wyposażone w oprogramowanie do elektronolitografii Raith ELPHY plus.

### 5.1.1 Podłoża epitaksjalne

W pracy badano struktury półprzewodnikowe wykonane metodą litografii elektronowej przy wykorzystaniu dwu typów podłoży warstwowych wyhodowanych za pomocą epitaksji z wiązek molekularnych (MBE). Były to heterozłącza SnTe/PbTe (*p-n*) wykonane na Uniwersytecie w Würzburgu przez prof. G. Karczewskiego oraz studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe wytworzone w Instytucie Fizyki PAN w zespole prof. T. Storego. Schemat warstw epitaksjalnych dla obu typów struktur 2-wymiarowych pokazano na rysunku 5.3.

Heterostruktury SnTe/PbTe zostały wyhodowane na powierzchni (001) niedomieszkowanego CdTe. Wzrost rozpoczynał się od pokrycia podłoża kilkoma mikrometrami epitaksjalnego CdTe. Następnie osadzano 100nm PbTe i warstwy SnTe o różnej grubości (0, 5, 10 i 20 nm), patrz rysunek 5.3(a). Aby zapobiec mieszanemu atomów Pb i Sn, wzrost MBE przeprowadzono przy najniższej możliwej temperaturze podłoża 230 °C, a próbka była schłodzona natychmiast po procesie, który był kontrolowany przez dyfrakcję elektronów o wysokiej energii (RHEED).

Oscylacje sygnału RHEED pokazały, że kolejne warstwy zachowywały orientację podłoża (001) oraz zadaną grubość. Ponadto, podczas wzrostu PbTe, stosunek strumienia Pb/Te został tak dobrany aby zapewnić przewodnictwo typu  $n$  z koncentracją elektronów rzędu  $1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Ponieważ przewodnictwo SnTe jest zawsze typu  $p$ , powstawało w ten sposób epitaksjalne heterozłącze  $p$ - $n$ .

Studnie kwantowe SnTe zostały wytworzone na podłożu GaAs zorientowanym prostopadle do kierunku [001]. W trakcie procesu epitaksji najpierw osadzono grubszą warstwę CdTe ( $\approx 4 \mu\text{m}$ ), a następnie cienką warstwę rozdzielającą (buforową) z tego samego materiału o grubości 50 nm. Na tak przygotowanej powierzchni CdTe nanoszono materiał studni o grubościach 10, 11 i 20 nm. Na koniec warstwa SnTe była przykrywana warstwą ochronną CdTe, o grubościach 30, 50 i 100 nm (tzw. *cap*), patrz rysunek 5.3(b). Jakość strukturalna studni kwantowych była kontrolowana *in-situ* za pomocą oscylacji sygnału RHEED oraz *ex-situ* przy zastosowaniu wysoko-rozdzielczej dyfrakcji rentgenowskiej (HRXRD). Dalsze szczegóły wzrostu epitaksjalnego studni SnTe podano w pracy [34].

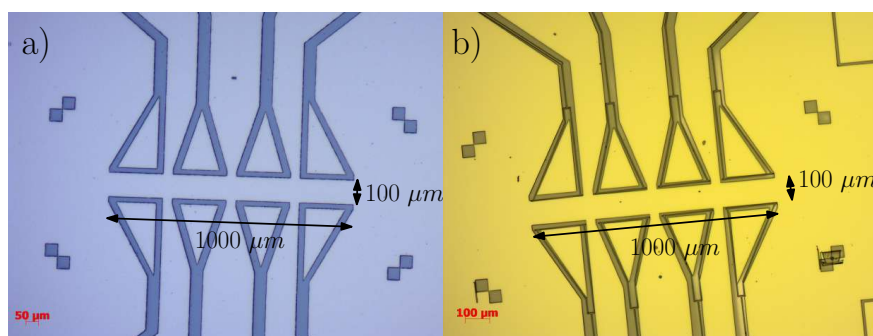
## 5.1.2 Struktury pomiarowe

Za pomocą litografii elektronowej wykonano dwa rodzaje struktur pomiarowych w tzw. konfiguracji hallowskiej (patrz rys. 2.1), które różniły się rozmiarami kanału i ilością kontaktów napięciowych.

1. Makro-struktury o długości  $L = 1000 \mu\text{m}$  i szerokości  $W = 100 \mu\text{m}$ . Wytwarzano je wykorzystując zarówno heterozłącza SnTe/PbTe jak i studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe.
2. Nano-struktury o długościach kanału od kilku do kilkunastu mikronów i litograficznych szerokościach rzędu mikrona. Na skutek zastosowania trawienia chemicznego, szerokości fizyczne nano-struktur spełniały warunek  $W < 1 \mu\text{m}$ . Do ich wykonania wykorzystywano wyłącznie studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe.

Projekty struktur opracowano za pomocą dedykowanego dla elektrono-litografii edytora wzorów *Nanomaker* (<http://www.nanomaker.com/>).

Z podłoży epitaksjalnych zostały wycięte mniejsze prostokątne fragmenty o rozmiarach  $5 \times 5 \text{ mm}$ , których brzegi były równoległe do kierunków krystalograficznych [100] i [010]. Płytki te zostały następnie pokryte warstwą elektronoczułą PMMA. Do wygrzewania rezystu i do dalszej obróbki termicznej zastosowano *metodę niskotemperaturową*, opracowaną wcześniej dla



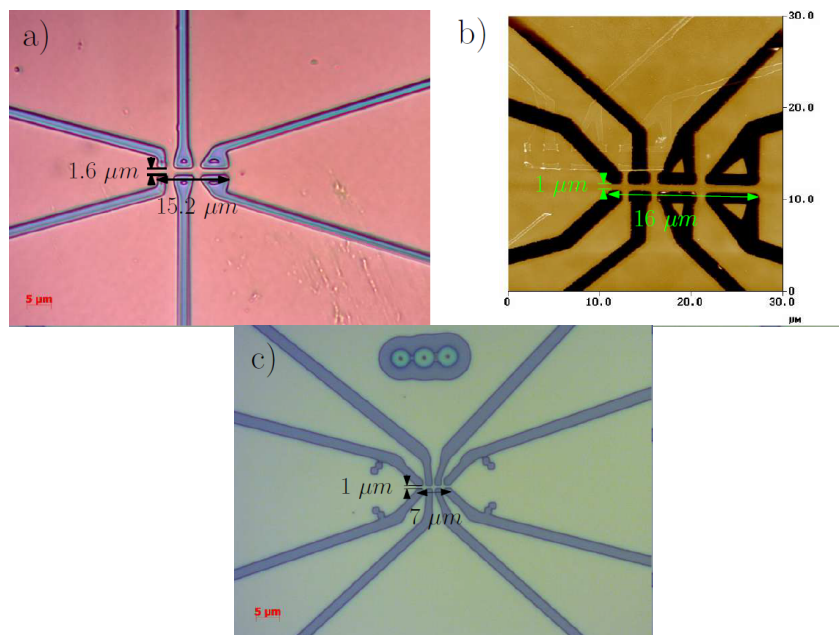
**Rys. 5.4.** Zdjęcia z mikroskopu optycznego struktur pomiarowych w konfiguracji hallowskiej, wykonanych na a) złącza SnTe/PbTe b) studni kwantowej CdTe/SnTe/CdTe. Ciemniejsze obszary to wytrawione do podłoża linie separujące. Podane liczby odpowiadają wymiarom litograficznym (przed trawieniem).

półprzewodnikowych studni kwantowych II-VI [35]. W szczególności, próbki były wygrzewane przez 1 godzinę w 120 °C, co jest temperaturą znacznie niższą od 180 °C wymaganych dla PMMA. Było to możliwe dzięki obniżeniu ciśnienia nad próbką w trakcie procesu. Pozwoliło to uniknąć uszkodzeń materiału, zmniejszyć interdyfuzję przy jednoczesnym zapewnieniu właściwego wysuszenia warstwy rezystu.

Na tak przygotowanych podłożach odwzorowano litograficznie wcześniej przygotowane projekty makro- i nano-struktur, w których fragmenty naświetlane wiązką elektronową odpowiadały liniom separującym, definiującym kanał przewodzący oraz obszary kontaktów. Po wywołaniu, próbki zostały poddane procesowi trawienia chemicznego w 0.05 % roztworze  $\text{Br}_2$  w glikolu etylenowym, aby usunąć materiał podłoża w miejscach odsłoniętych. Głębokość trawienia była dobrana tak, aby kanały separujące schodziły poniżej warstwy SnTe dla studni kwantowych czy warstw SnTe/PbTe dla heterozłącza (tzw. *deep-etching*).

Przykłady wykonanych na obu typach podłoża makrostruktur pokazano na rysunku 5.4. W obu przypadkach zastosowano ten sam projekt konfiguracji pomiarowej. Były to 8-kontaktowe tzw. mostki hallowskie, w których kanał przewodzenia miał szerokość 100  $\mu\text{m}$  i długość 1 mm. Szerokości dolnych i górnych ścieżek prowadzących do głównego kanału wynosiły 40  $\mu\text{m}$ , a równe między nimi odstępów 220  $\mu\text{m}$ . Kontakty makroskopowe do warstw przewodzących zostały wykonane za pomocą pasty srebrnej (heterozłącza) oraz lutowania indem (studnie kwantowe). W przypadku złącza SnTe/PbTe przygotowano również czterosondowe próbki referencyjne w tzw. konfiguracji van der Pauwa, nie stosując litografii i unikając obróbki termicznej. Pomiar testowe wykazały, że metoda niskotemperaturowa zastosowana do wytwarzania próbek w



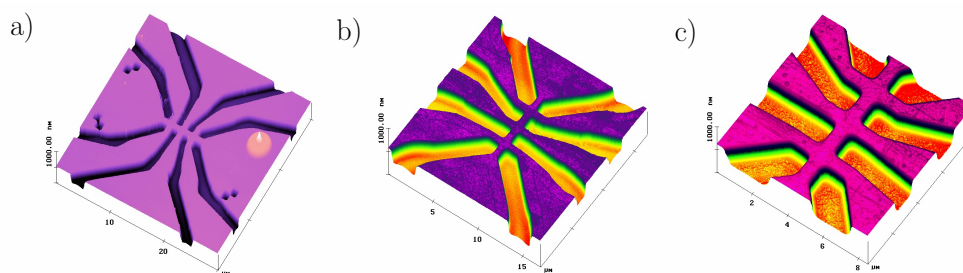


**Rys. 5.5.** Zdjęcie z mikroskopu optycznego struktury z 6-kontaktowym mostkiem hallowskim (a), Zdjęcie z mikroskopu sił atomowych (AFM) mostka 8-kontaktowego (b), Zdjęcie z mikroskopu optycznego 8-kontaktowego mostka o mniejszych rozmiarach (c). Ciemniejsze obszary to linie separujące, liczby odpowiadają wymiarom litograficznym (przed trawieniem).

konfiguracji hallowskiej nie pogorszyła właściwości elektrycznych epiwarstw SnTe/PbTe.

Do wykonania nano-struktur pomiarowych wykorzystano kilka projektów litograficznych. Pierwszym z nich był 6-kontaktowy mostek hallowski z kanałem o szerokości  $1.6 \mu\text{m}$  i długości  $15.2 \mu\text{m}$ , w którym odstęp między kontaktami napięciowymi wynosił  $4 \mu\text{m}$ . 5.5a. Drugim rodzajem struktur pomiarowych była 8-kontaktowa konfiguracja hallowska o wymiarach:  $1 \times 16 \mu\text{m}$ . Odstępy między trzema środkowymi kanałami dolnymi (i górnymi) wynosiły odpowiednio  $2 \mu\text{m}$  i  $4 \mu\text{m}$  5.5b. Wykonywano również mniejsze struktury w układzie 8-sondowym, jedną z nich ( $L = 7 \mu\text{m}$ ) pokazano na rysunku 5.5c. Podjęto również próby wytworzenia nano-struktur zaopatrzonych w bramkę metaliczną, pokrywającą kanały pomiarowe w centralnej części próbki (tzw. *top-gate*), patrz rys. 5.5d. Zastosowano technikę *lift-off*, ścieżki zasilające, wykonane z warstw metalicznych Cr/Au, były poprowadzone wewnątrz linii separujących. Niestety próby sterowania przewodnością próbki, za pomocą bramki elektrostatycznej nie powiodły się i zastosowanie metalizacji wymaga dalszych badań.

Wymiary struktur pomiarowych, przedstawionych na rysunkach 5.4 oraz 5.6, odpowiadają wymiarom litograficznym (projektowym). Ponieważ jednak trawienie w roztworze bromu jest w

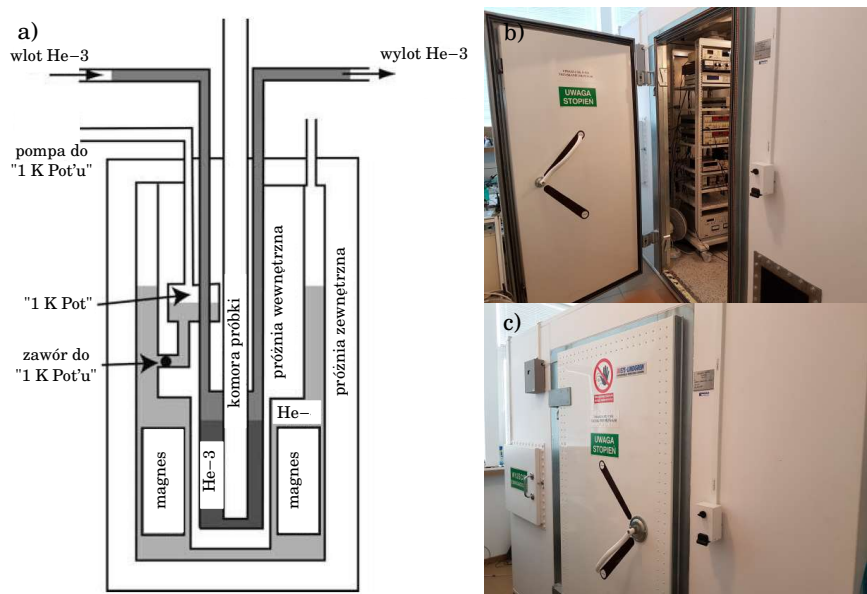


**Rys. 5.6.** Zdjęcia wykonane za pomocą mikroskopu sił atomowych (AFM) 8-kontaktowej struktury wykonanej na podłożu CdTe/SnTe/CdTe przy rosnącym powiększeniu (a)-(c).

przybliżeniu izotropowe, zastosowanie metody *deep-etching*, powoduje zwiększenie szerokości linii separujących i zmianę wymiarów próbek. W celu wyznaczenia głębokości trawienia i określenia fizycznych rozmiarów, niektóre ze struktur obrazowano za pomocą mikroskopu sił atomowych (AFM), patrz rys. 5.6. Zdjęcia te pokazują również dobre odwzorowanie geometryczne, gładkość ścian kanałów kwantowych i brak defektów generowanych przez procesy litograficzne. Do tak przygotowanych próbek połączenia elektryczne początkowo wykonywano za pomocą pasty srebrnej[36]. Na powierzchni próbki robiono niewielką rysę a następnie w tym miejscu przyklejano złoty drut. Jednak ze względu na duże opory tego typu połączeń, zastąpiono tę metodę kontaktami lutowanymi za pomocą indu, które miały niższe opory i były bardziej odporne mechanicznie.

## 5.2 Badania transportu elektrycznego

Badania transportu elektrycznego dla wykonanych struktur półprzewodnikowych przeprowadzono w niskich temperaturach i silnych polach magnetycznych przy wykorzystaniu kriostatów zawierających ciekłe izotopy helu He-3 i He-4 oraz magnesy nadprzewodzące. Badania w najniższych temperaturach (do 240 mK) przeprowadzono w Instytucie Fizyki PAN, gdzie dla schłodzenia próbek wykorzystano pompowanie ciekłego He-3 i pomiary wykonano przy zastosowaniu tzw. metody zmiennoprądowej (AC). Badania w maksymalnych polach magnetycznych (do 16 T) przeprowadzono na Wydziale Chemii i Nowych Technologii Wojskowej Akademii Technicznej (WAT), w Zakładzie Fizyki Ciała Stałego. W tym przypadku, pomiary przewodnictwa i efektu Halla przeprowadzono w kriostacie He-4 dla temperatur od 1.5 do 30 K, a próbki były zasilane prądem stałym (DC).

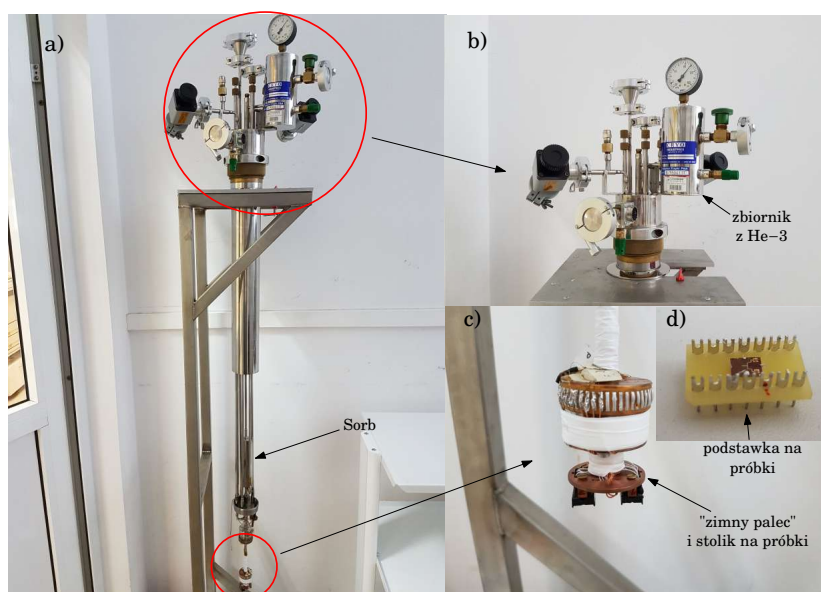


**Rys. 5.7.** (a) Schemat kriostatu wykorzystującego pompowanie izotopu helu He-3 [37], (b),(c) Kabina ekranująca (tzw. klatka Faradaya), która była wykorzystywana w trakcie pomiarów.

### 5.2.1 Pomiary metodą AC w kriostacie He-3

Zasada działania układu kriogenicznego, wykorzystującego pompowanie izotopu helu He-3 do uzyskania niskich temperatur jest przedstawiona na rysunku 5.7(a). Próbkę umieszczaną na tzw. zimnym palcu wewnątrz szczelnie zamkniętej miedzianej puszkę (tzw. *vacuum can*), odpompowywanej do ciśnienia  $\approx 10^{-5}$  Pa. Zimny palec jest zanurzony w skroplonym He-3, którego pary cały czas są pompowane i cyrkulują w układzie zamkniętym. Skraplają się ponownie przez kontakt termiczny ze zbiornikiem zawierającym pompowany He-4 (tzw. *1 K pot*), który jest utrzymywany w temperaturze ok. 1.4 K. Uchwyt zawierający komorę próbkę, instalację He-3 i przewody pomiarowe jest odizolowany od reszty kriostatu, w którym znajduje się skroplony He-4 i cewki nadprzewodzące, wewnętrznym płaszczem próżniowym. Do wymuszenia cyrkulacji He-3 wykorzystuje się najczęściej pompę sorpcyjną zawierającą węgiel aktywowany. Substancja czynna jest chłodzona do temperatury 4.2 K trakcie cyklu pompowania, a następnie węgiel podgrzewa się do ok. 30 K i cykl się powtarza. W ten sposób można uzyskać najniższą temperaturę ok. 0.240 K, która utrzymuje się przez około osiem godzin.

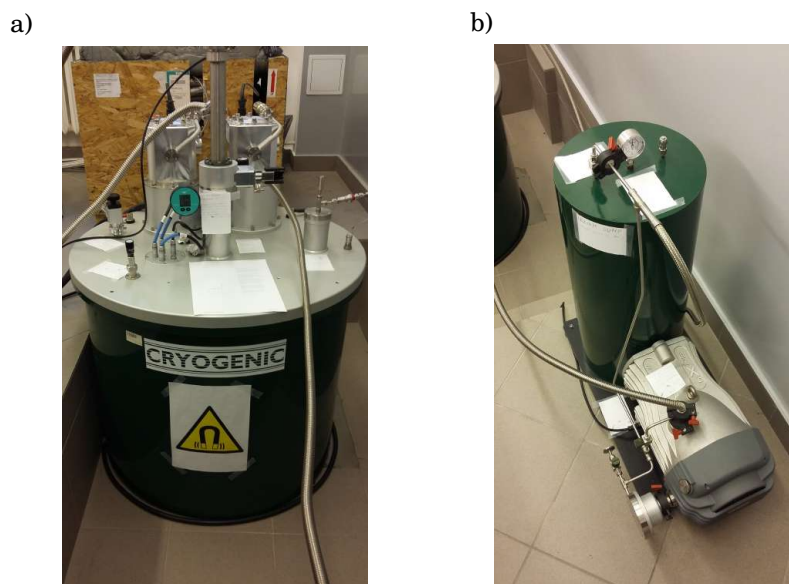
W pracy wykorzystywano dwa układy kriogeniczne He-3/He-4 tego typu, które wraz z aparaturą pomiarową były umieszczone w pomieszczeniu ekranowanym (klatce Faraday'a), zaopatrzone w transformatory separujące i filtry sieciowe, podłączone do własnego uziemienia (rys. 5.7b).



**Rys. 5.8.** a) System kriogeniczny He-3/He-4 firmy Cryo Industries z zaznaczoną pompą sorpcyjną, zawierającą węgiel aktywowany, b) górną część kriostatu ze zbiornikiem ciśnieniowym zawierającym He-3, c) dolną część kriostatu z tzw. "zimnym palcem" na którym montuje się próbki, d) podstawka pomiarowa.

Dzięki temu, efektywność ekranowania wynosiła 100 dB w zakresie od 100 kHz do 5 GHz. Jeden z układów kriogenicznych He3/He4 (Cryo Industries) wraz z charakterystycznymi elementami składowymi przedstawiono na rysunku 5.8. Był on zastosowany w początkowym etapie badań, potem zastąpiono go systemem Heliox VL (Oxford Instruments), który zapewniał niższą temperaturę bazową oraz dłuższy cykl pomiarowy.

Pomiary transportu elektrycznego, wykonane w Instytucie Fizyki PAN, przeprowadzono tzw. metodą zmiennoprądowa (AC). Polega ona na tym, że badaną próbkę zasilają prądem zmiennym i napięcia przewodnictwa oraz Halla mierzy za pomocą woltomierzy fazo-czułych, tzw. *lock-in*'ów. Zaletą tej metody jest wysoka czułość, umożliwiającą stosowanie małych prądów pomiarowych (rzędu nanoamperów), dzięki efektywnej eliminacji szumów pochodzących ze źródeł zewnętrznych. Typowo próbka jest zasilana prądem zmiennym  $I_{AC}$  o stałej amplitudzie. W tym przypadku jednak, napięcie zasilające  $V_{AC}$  może się znacznie zmienić, gdy opór próbki rośnie lub maleje w polu magnetycznym. Dlatego w niniejszej pracy stosowano układ pomiarowy, w którym amplituda  $V_{AC}$  była stała, a prąd  $I_{AC}$  płynący przez próbkę był mierzony za pomocą wzmacniacza trans-impedancyjnego i dodatkowego *lock-in*'a.

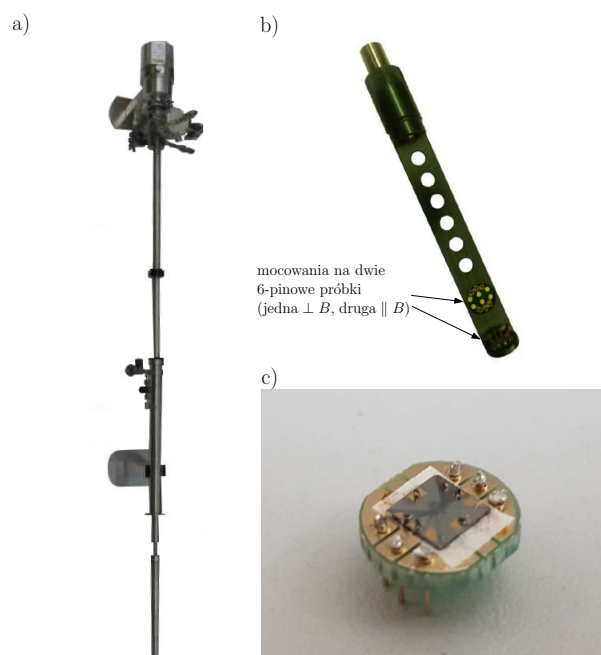


**Rys. 5.9.** (a) Kriostat pomiarowy He-4, pracujący w cyklu zamkniętym (Zakład Fizyki Ciała Stałego WAT), (b) zbiornik wyrównawczy helu wraz z pompą cyrkulacyjną.

W badaniach magnetotransportu stosowano woltomierze fazo-czułe SR124 i SR830 (Stanford Research System) oraz przedwzmacniacze napięciowe LI-75A (NF Corporation). W pomiarach prądu  $I_{AC}$  wykorzystano natomiast wzmacniacz trans-impedancyjny SR570 (Stanford Research Systems). Do zasilania próbki stosowano napięcie zmienne o niskiej częstotliwości  $f = 135.7$  Hz i amplitudzie od 100 do 500  $\mu$ V. W tych warunkach amplituda prądu zmiennego  $I_{AC}$  zawierała się w granicach od ok. 1 do 100 nA. Pomiarów w funkcji pola magnetycznego wykonywano w ten sposób, że program sterujący zasilaczem magnesu nadprzewodzącego zmieniał pole magnetyczne o zadany skok  $\Delta B$ , a następnie w stałym polu przeprowadzano od 4 do 9 odczytów, które były uśredniane. Dzięki temu uzyskano dodatkową redukcję szumów pomiarowych.

### 5.2.2 Pomiary metodą DC w kriostacie He-4

Pomiary transportu elektrycznego, wykonane w Zakładzie Fizyki Ciała Stałego WAT, przeprowadzono metodą stałoprądową (DC) przy wykorzystaniu kriostatu (Cryogenics), w którym izotop helu He-4 krążył w obiegu zamkniętym (tzw. *closed-cycle cryostat*). W związku z tym, nie było wymagane uzupełnianie czynnika kriogenicznego, co ułatwiało pełną automatyzację badań, rys. 5.9. Kriostat był wyposażony w magnes nadprzewodzący wytwarzający pole do 16 T o wysokiej jednorodności. Na uchwycie pomiarowym mogły być montowane maksymalnie dwie



**Rys. 5.10.** (a) Schemat uchwytu pomiarowego kriostatu He-4, (b) dolna część z komorą na dwie próbki w konfiguracjach prostopadłej i równoległej do pola magnetycznego, (c) podstawki pomiarowe, wyposażone w 6 połączeń elektrycznych (materiały firmy Cryogenics [38]).

próbki, jedna prostopadle, druga równoległe do pola magnetycznego, rys. 5.10a,b. Każda z nich mogła być podłączona do 6 kontaktów elektrycznych, rys. 5.10c. Kriostat posiada możliwość automatycznej zmiany i stabilizacji temperatury aż do temperatury pokojowej, schłodzenie próbek od  $T = 300\text{ K}$  do  $T = 1.6\text{ K}$  trwało około 2 godzin.

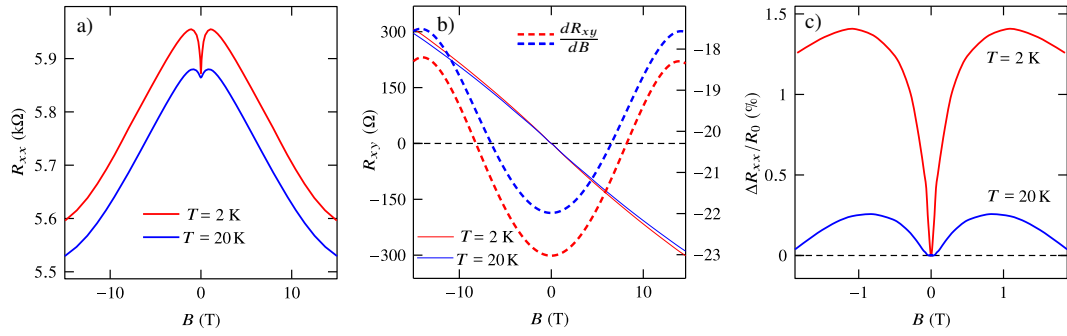
Zaletą metody DC jest możliwość przeprowadzania pomiarów w szerokim zakresie oporów elektrycznych badanych próbek. Metoda polega na przyłożeniu do kontaktów zasilających stałego napięcia  $V_{DC}$ , którego amplituda jest dobierana na podstawie zbadanej wcześniej charakterystyki  $I - V$  oraz oszacowania wydzielającego się ciepła Joule'a. W badaniach wykorzystywano zasilacz napięciowy Keithley2400, pomiary przewodnictwa i efektu Halla były rejestrowane przy pomocy niskoszumowego nanowoltomierza Keithley2182A. Prądy użyte do zasilania próbek były rzędu  $50\ \mu\text{A}$ . Proces pomiaru był kontrolowany na komputerze stacjonarnym, wyposażonym w oprogramowanie LabView. Metoda stałoprądowa (DC) była używana wyłącznie do badania struktur makroskopowych.

# Struktury PbTe/SnTe

Jak wspomniano w rozdziale 4, pomiary transportu związanego z topologicznymi stanami powierzchniowymi (TSS) w materiałach klasy SnTe są utrudnione z powodu silnego samoistnego przewodnictwa pochodzącego od dziur objętościowych, o typowej koncentracji  $p \sim 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . Takie niezamierzone domieszkowanie jest powodowane przez aktywne wakanse Sn [39]. W rezultacie potencjał chemiczny w objętości materiału znajduje się głęboko w paśmie walencyjnym, a przewodzenie przez stany powierzchniowe jest zamaskowane przez przewodnictwo objętościowe. Dlatego też, aby zwiększyć stosunek powierzchni do objętości i przesunąć energię Fermiego w kierunku punktów Diraca, zwykle prowadzi się epitaksjalny wzrost cienkich ( $\leq 100 \text{ nm}$ ) warstw SnTe na kilku izolujących i przewodzących podłożach. W szczególności, warstwy (111) były hodowane na podłożach BaF<sub>2</sub> [40], CdTe [41] i Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> [42]. Warstwy SnTe o orientacji krystalograficznej (001) osadzano na izolatorach BaF<sub>2</sub> [43] i SrTiO<sub>3</sub> (STO) [44, 45]. Ostatnio opisano wytwarzanie studni kwantowych CdTe/SnTe/CdTe na podłożach GaAs [34] oraz heterozłąc SnTe/PbTe na podłożach STO [46, 47]. W obu przypadkach warstwy epitaksjalne były hodowane wzdłuż kierunku krystalograficznego [001]. W tym rozdziale zostaną omówione wyniki uzyskane dla próbek makroskopowych wykonanych na złączach SnTe/PbTe opisanych w punkcie 5.1.1, które zawierały warstwy SnTe o grubościach 0, 5, 10 i 20 nm.

## 6.1 Pomiary magnetotransportu

Struktury makroskopowe o wymiarach 1000 na 100  $\mu\text{m}$  w konfiguracji hallowskiej miały kontakty elektryczne wykonane za pomocą pasty srebrnej, zgodnie z opisem w punkcie 5.1.2. Pomiary warstw SnTe zostały przeprowadzone przy użyciu magnesu nadprzewodzącego do 16 T

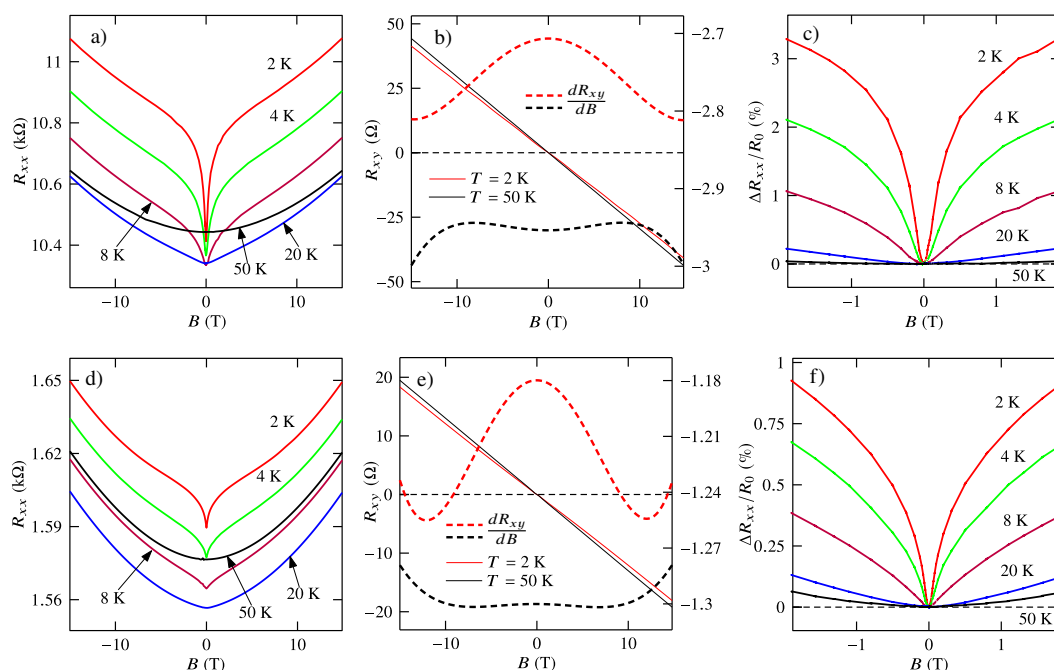


**Rys. 6.1.** Wyniki pomiarów warstwy PbTe (0 nm SnTe) w 2 K oraz 20 K: a) opór podłużny  $R_{xx}$  dla  $T = 2$  K i  $T = 20$  K (widoczny efekt słabej antylokalizacji WAL wokół  $B = 0$  T oraz słabej lokalizacji WL w wyższych polach), b) opór poprzeczny  $R_{xy}$  oraz pochodna  $dR_{xy}/dB$  (linie przerywane) wykazujące nieliniowość oporu Hall'a na prawej osi Y, c) rezystancja względna  $\Delta R_{xx}/R_0$  dla  $\pm 2$  T ukazująca wielkość efektu WAL w %

metodą stałoprądową (DC). Dla warstw SnTe/PbTe 10 nm i 20 nm zastosowano prąd wzbudzenia 50  $\mu$ A. Dla 5 nm złącza SnTe/PbTe i dla pojedynczej warstwy PbTe, która nie była pokryta SnTe, zastosowano mniejszy prąd 5  $\mu$ A. Zmierzono rezystancję podłużną  $R_{xx}(B)$  i poprzeczną (Halla)  $R_{xy}(B)$  w temperaturach  $T = 2$  K, 4 K, 8 K, 20 K i 50 K dla złączy SnTe/PbTe o grubości 5 nm i 20 nm. Dla warstwy PbTe i próbki SnTe/PbTe o grubości 10 nm pomiary wykonano tylko przy  $T = 2$  K i 20 K. Dane zostały zebrane dla obu kierunków pola magnetycznego i symetryzowane w punktach  $\pm B$ , w celu usunięcia efektów asymetrii kontaktu. Wyniki przedstawiono na rysunkach 6.1, 6.2 i 6.3.

Przedstawione dane rezystancji Halla obejmują również nachylenia wygładzonych krzywych  $R_{xy}(B)$ , które zmieniają się wraz z polem magnetycznym, wskazując na obecność nośników ładunku o różnych ruchliwościach. Dla potrzeb analizy widma ruchliwości (MSA) obliczono składowe tensora przewodnictwa przy użyciu standardowych wzorów  $\sigma_{xx} = R_{xx}/(R_{xx}^2 + R_{xy}^2)$  i  $\sigma_{xy} = R_{xy}/(R_{xx}^2 + R_{xy}^2)$ . Dodatkowo, po prawej stronie rysunków pokazano względną zmianę rezystancji podłużnej  $R_{xx}(B)$  przy niskich polach magnetycznych. Na wszystkich danych wyraźnie widoczne są wąskie minima, spowodowane słabą anty-lokalizacją (WAL). Dla warstwy PbTe natomiast, zaobserwowano nie tylko WAL, ale także charakterystyczny spadek oporu, wywołany słabą lokalizacją (WL). Wydaje się, że w przypadku warstwy PbTe, która nie była pokryta SnTe, poprawki kwantowe do przewodnictwa dominowały w całym zakresie pól magnetycznych, patrz Rys. 6.1a.





**Rys. 6.2.** Wyniki pomiarów 5 nm (a,b,c) oraz 20 nm (d,e,f) warstwy SnTe: a,d) rezystancja podłużna  $R_{xx}$  w 2, 4, 8, 20, 50 K z widocznymi efektami słabej antylokalizacji WAL, b,e) opór poprzeczny  $R_{xy}$  wraz z pochodną  $dR_{xy}/dB$  (linie przerywane) w 2, 50 K ukazujące nieliniowość oporu Hall'a na prawej osi Y, c,f) względna rezystancja  $\Delta R_{xx}/R_0$  w  $\pm 2$  T pokazujące wielkość efektu WAL w %

## 6.2 Kwantowe poprawki do przewodnictwa

Kwantowe poprawki do magnetoprzewodnictwa w układach 2D z silnym sprzężeniem spin-orbita są powszechnie opisywane przez model Hikami-Larkin-Nagaoka (HLN) [14], który można zapisać w następujący sposób [48]:

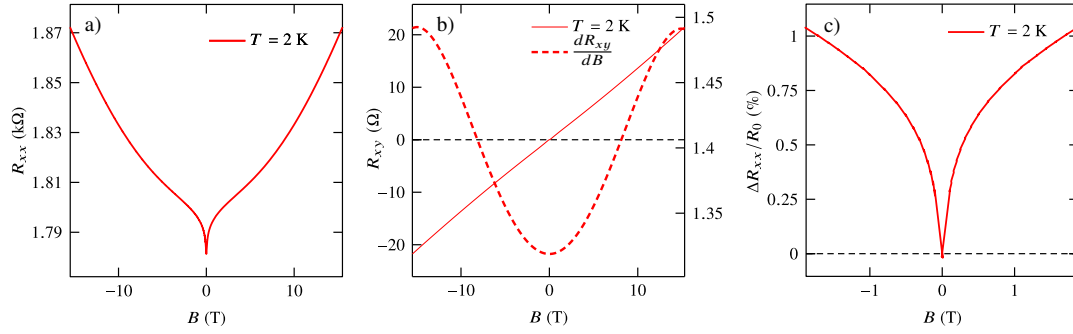
$$\Delta G(B) = \eta \Delta G_1 + \eta \Delta G_2 - \beta B^2, \quad (6.1)$$

gdzie

$$\Delta G_1 = \frac{\alpha e^2}{\pi h} \left[ \psi \left( \frac{B_\phi}{B} + \frac{1}{2} \right) - \ln \left( \frac{B_\phi}{B} \right) \right], \quad (6.2)$$

$$\Delta G_2 = -\frac{3\alpha e^2}{\pi h} \left[ \psi \left( \frac{(4/3)B_{SO} + B_\phi}{B} + \frac{1}{2} \right) - \ln \left( \frac{(4/3)B_{SO} + B_\phi}{B} \right) \right]. \quad (6.3)$$

Tutaj  $\psi$  jest funkcją digamma, a  $\alpha = -1/2$  dla tzw. klasy symplektycznej. Dlatego pierwszy człon odpowiada za efekty słabej antylokalizacji (WAL), a drugi za efekty słabej lokalizacji

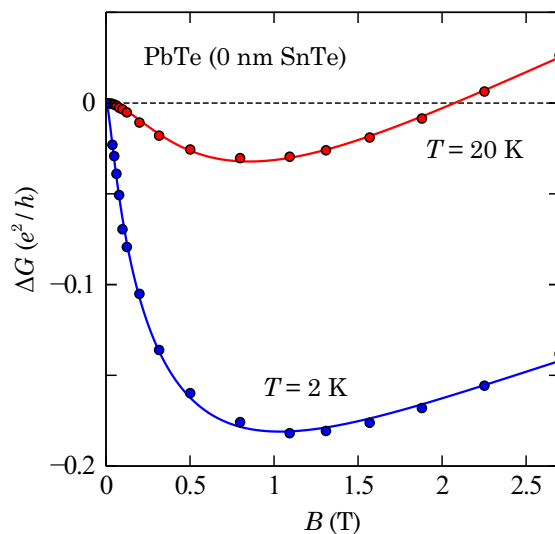


**Rys. 6.3.** Pomiary 10 nm warstwy SnTe tylko w 2 K: a) opór podłużny  $R_{xx}$  z widocznym efektem słabej antylokalizacji WAL, b) opór poprzeczny  $R_{xy}$  wraz z pochodną  $dR_{xy}/dB$  (linia przerywana) ukazujące nieliniowość oporu Hall'a na prawej osi Y, c) względna rezystancja  $\Delta R_{xx}/R_0$  dla  $\pm 2$  T pokazujące wielkość efektu WAL w %

(WL). Wzór zawiera pola charakterystyczne  $B_\phi = \hbar/(4eL_\phi^2)$  oraz  $B_{SO} = \hbar/(4eL_{SO}^2)$  dla kanałów rozpraszania opisanych przez drogę koherencji fazowej  $L_\phi$  i długość oddziaływania spin-orbita  $L_{SO}$ . Oba wyrażenia są pomnożone przez parametr  $\eta > 0$ , który odpowiada za efektywną liczbę kanałów kwantowych biorących udział w transporcie.

Ogólnie rzecz biorąc, model HLN zawiera również składnik ujemny o wartości  $B_e = \hbar/(4e\ell_e^2)$ , gdzie  $\ell_e$  jest długością rozpraszania sprężystego (drogą swobodną). Oszacowano, że dla elektronów w PbTe i dziur w SnTe średnie drogi swobodne  $\ell_e$  są bardzo krótkie i mieszczą się w przedziale od 1.0 nm do 3.0 nm, patrz punkt 6.3.3. Dlatego też, dla wszystkich próbek człony zawierające  $B_e \gg B_{\max} = 15T$  są pomijalne i można je bezpiecznie zignorować. Zamiast tego, zgodnie z pracą [48], zmodyfikowano wzór HLN o dodatkowy człon kwadratowy  $\beta B^2$ , który uwzględnia klasyczny dodatni magnetoopór, typu opisanego wzorem 6.1. Nie należy się jednak spodziewać, że taki pojedynczy składnik poprawnie opisze klasyczny magnetoopór dla całego zakresu pól, ze względu na transport wielonośnikowy i niesferyczny kształt powierzchni Fermiego.

Dlatego użyto wzoru 6.1 w celu dopasowania  $\Delta G(B)$  do danych eksperymentalnych wyłącznie dla pól magnetycznych  $B < 3$  T. Charakterystyczne długości  $L_\phi$  i  $L_{SO}$ , wraz ze współczynnikami  $\eta$  i  $\beta$ , zostały potraktowane jako cztery parametry dopasowania. Jak już wcześniej zauważono [49], złożona natura modelu HLN często prowadzi do wyników, które są zależne od warunków początkowych, jeśli stosuje się standardowe techniki optymalizacji Levenberga-Marquarda. W naszym przypadku zastosowano tzw. strategię ewolucji adaptacji macierzy kowariancji (CMA-ES), która jest metodą iteracyjną, gdzie w każdej iteracji generowane są nowe rozwiązania w sposób stochastyczny [50]. Ten rodzaj optymalizacji numerycznej może sprawić, że rozwiązania



**Rys. 6.4.** Zmierzone poprawki przewodnictwa (punkty) i dopasowane krzywe (linie) dla warstwy PbTe w temperaturach 2 K i 20 K. Otrzymano następujące parametry:  $\eta = 0.61$ ,  $L_\phi = 120.0$  nm,  $L_{SO} = 27.3$  nm,  $\beta = 1.0 \times 10^{-6}$  dla  $T = 2$  K oraz  $\eta = 0.97$ ,  $L_\phi = 37.2$  nm,  $L_{SO} = 27.0$  nm,  $\beta = 1.3 \times 10^{-5}$  dla  $T = 20$  K (gdzie  $\beta$  jest w jednostkach  $e^2/h$  na tesle).

będą mniej zależne od początkowych wartości dopasowywanych parametrów. Do obliczeń wykorzystano implementację algorytmu CMA-ES, która jest dostępna w środowisku języka Python [51].

### 6.2.1 Warstwa PbTe

Wyniki procedur dopasowania, zastosowanych do danych dotyczących warstwy PbTe, są pokazane na Rys. 6.4. Zauważamy, że wartości parametru  $\beta$  są raczej małe, co potwierdza, że klasyczny wkład staje się istotny tylko przy wyższych polach a dane  $\Delta G(B)$ , dla  $B > 3$  T, są dobrze opisane wyłącznie przez człony kwantowe. Dane pokazują, że długość koherencji fazowej  $L_\phi$  maleje wraz z temperaturą w przybliżeniu jak  $T^{-0.5}$ . Może to sugerować, że zderzenia elektron-elektron, zachodzące w obecności nieporządku, są głównym mechanizmem zmiany fazy funkcji falowej [52]. Jednakże, dwa punkty danych eksperymentalnych to prawdopodobnie za mało, aby definitywnie zidentyfikować dominujący proces nieelastyczny.

Procesy nieelastyczne są ważne również dla określenia efektywnej liczby kanałów kwantowych biorących udział w transporcie. Dla warstw PbTe rosnących wzdłuż kierunku [001] spodziewamy

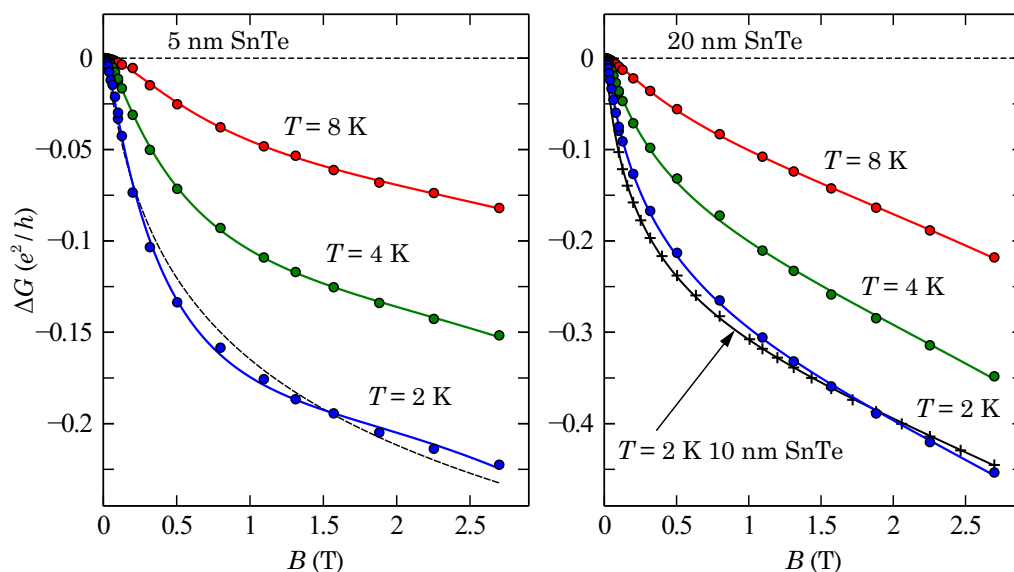
się  $\eta = 4$ , co jest równe liczbie równoważnych elipsoid o stałej energii w punktach  $L$  strefy Brillouina. W naszym przypadku parametr  $\eta$  jest jednak mniejszy, rośnie wraz z temperaturą od 0.61 w temperaturze 2 K do 0.97 w temperaturze 20K. Jednocześnie długość koherencji fazowej maleje z 120.0 nm do 37.2 nm, co silnie sugeruje, że zmniejszenie parametru  $\eta$  jest spowodowane raczej przez procesy koherentne, które są mniej efektywne w wyższych temperaturach.

Najprawdopodobniej, taka renormalizacja wynika prawdopodobnie z rozpraszania elektronów pomiędzy równoważnymi elipsoidami stałej energii [53]. Po raz pierwszy zaobserwowano sprzężenie między dolinami w strukturze pasmowej, odpowiedzialne za redukcję parametru  $\eta$  z 2 do około 1, dla warstw inwersyjnych Si, które są układami dwu-dolinowymi [54]. W naszym przypadku jednak, w niskiej temperaturze  $\eta < 1$ , co wskazuje na pewien dodatkowy wkład poprawek kwantowych, który najprawdopodobniej pochodzi od słabej lokalizacji elektronów w objętości [55]. Istotnie, w temperaturze  $T = 2$  K długość koherencji fazowej  $L_\phi$  jest większa niż całkowita grubość warstwy PbTe. Dlatego spodziewamy się dodatkowych efektów interferencji kwantowej, charakterystycznych dla układów mezoskopowych. W temperaturze  $T = 20$  K  $L_\phi$  zmniejsza się, a efektywna liczba kanałów zbliża się do 1.

W przeciwieństwie do  $L_\phi$ , długość spin-orbita  $L_{SO}$  nie zmienia się zbytnio z temperaturą. Wynik ten jest oczekiwany, jeśli efekt Bychkova-Rashby jest rzeczywiście odpowiedzialny za oddziaływanie spin-orbita w 2-wymiarowym gazie nośników, znajdującym się na powierzchni PbTe. Według [13], energia rozszczepienia spinu w polu zerowym jest dana wzorem  $\Delta_{SO} = \alpha_R k_F$ , gdzie  $\alpha_R$  jest stałą sprzężenia, a  $k_F$  jest *quasi*-pędem na powierzchni Fermiego. Z drugiej strony,  $L_{SO} \propto \Delta_{SO}^{-1}$ , zatem długość spin-orbita nie zmienia się, jeśli gęstość nośników jest stała w funkcji temperatury, ponieważ  $k_F = \sqrt{2\pi n}$ . Tak jest rzeczywiście w zakresie temperatur od 2 K do 20 K, co potwierdza analiza widma ruchliwości, patrz punkt 6.3.3. Niezależna od temperatury długość spin-orbita  $L_{SO}$  była już wcześniej obserwowana dla studni kwantowych PbTe hodowanych w kierunku [111] [49].

## 6.2.2 Złącza SnTe/PbTe

Efekt słabej anty-lokalizacji (WAL), przewidywany dla topologicznych stanów powierzchniowych (TSS), powstaje w wyniku akumulacji fazy Berry'ego  $\pi$  przez helikalne nośniki, dla których kierunek *quasi*-pędu jest sprzężony z kierunkiem spinu. Dlatego zakłada się, że poprawki kwantowe do przewodnictwa bezprzerwowych fermionów Diraca są dane wzorem 6.2, z tą samą wartością  $\alpha = -1/2$  [56]. Dla pojedynczej warstwy SnTe, liczba stożków Diraca  $\eta = 4$  zarówno dla orientacji (100) jak i (111). Wyniki dopasowania poprawek przewodnictwa  $\Delta G(B)$  dla złącza SnTe/PbTe za pomocą modelu HLN pokazane są na rys. 6.5.

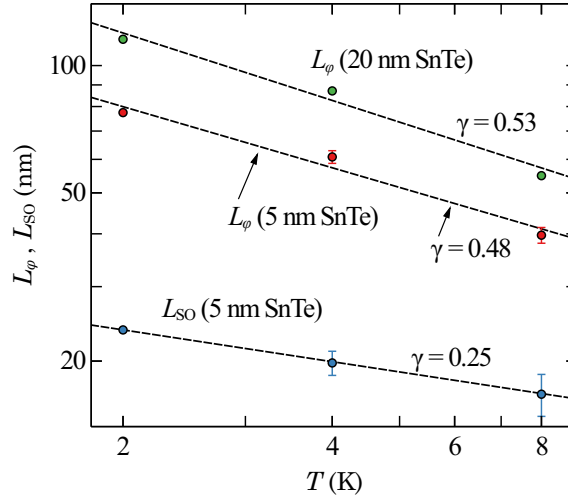


**Rys. 6.5.** Poprawki do przewodnictwa  $\Delta G(B)$  dla 5 nm złącza SnTe (po lewej) oraz 20 nm złącza SnTe (po prawej) w niskich temperaturach. Dane dla 10 nm złącza SnTe w  $T = 2$  K dodane dodatkowo. Zmierzone wartości są przedstawiane za pomocą symboli, dopasowane krzywe za pomocą linii. Dla 5 nm próbki otrzymaliśmy:  $\eta = 0.78$ ,  $L_\phi = 77.4$  nm,  $L_{SO} = 23.7$  nm,  $\beta = 6.6 \times 10^{-4}$  ( $T = 2$  K);  $\eta = 0.57$ ,  $L_\phi = 60.8$  nm,  $L_{SO} = 19.8$  nm,  $\beta = 4.8 \times 10^{-4}$  ( $T = 4$  K);  $\eta = 0.45$ ,  $L_\phi = 39.7$  nm,  $L_{SO} = 16.7$  nm,  $\beta = 3.5 \times 10^{-4}$  w ( $T = 8$  K). Dla 20 nm próbki otrzymaliśmy:  $\eta = 0.73$ ,  $L_\phi = 115.4$  nm,  $\beta = 5.6 \times 10^{-4}$  ( $T = 2$  K);  $\eta = 0.61$ ,  $L_\phi = 87.1$  nm,  $\beta = 5.6 \times 10^{-4}$  ( $T = 4$  K);  $\eta = 0.49$ ,  $L_\phi = 54.9$  nm,  $\beta = 5.7 \times 10^{-4}$  ( $T = 8$  K). Ponadto, dla 10 nm próbki otrzymaliśmy:  $\eta = 0.61$ ,  $L_\phi = 159.8$  nm,  $\beta = 5.1 \times 10^{-4}$  ( $T = 2$  K). Jednostki parametru  $\beta$  są takie same jak na Rys. 6.4.

Początkowo dopasowaliśmy dane dotyczące magnetoprzewodności do zmodyfikowanego wzoru HLN

$$\Delta G(B) = \eta \Delta G_1 - \beta B^2, \quad (6.4)$$

gdzie  $\Delta G_1$  określona jest równaniem 6.2, które jest powszechnie używane dla TSS. Jednak dla złącza 5 nm SnTe/PbTe jakoś dopasowania nie była satysfakcjonująca, co widać na Rys. 6.5 (linia przerywana). Dlatego dane uzyskane dla próbki SnTe o grubości 5 nm zostały dopasowane do równania 6.1. Innymi słowy, zastosowano tę samą procedurę, co dla próbki PbTe. Wyniki są przedstawione liniami ciągłymi, a uzyskane parametry są wymienione w podpisie rysunku. Podobnie jak w przypadku 2DEG na powierzchni PbTe, długość koherencji fazowej  $L_\phi$  maleje wraz z temperaturą w przybliżeniu jak  $T^{-0.5}$ . Natomiast w przeciwieństwie do próbki PbTe, parametr  $L_{SO}$  również maleje z temperaturą  $T$ , ale jego zanik jest wolniejszy w porównaniu z parametrem  $L_\phi$ . W niskich temperaturach parametr  $L_{SO}$ , uzyskany dla próbki 5 nm, maleje w



**Rys. 6.6.** Długości charakterystyczne uzyskane jako parametry dopasowania do modelu HLN dla 5 nm SnTe/PbTe oraz 20 nm SnTe/PbTe próbek w funkcji temperatury  $T$ . Linie przerywane przedstawiają szacunkowy zanik  $T^{-\gamma}$ .

przybliżeniu jak  $T^{-0.25}$ , patrz Rys.6.6.

Dla złączy SnTe/PbTe o wymiarach 10 nm i 20 nm parametr  $L_{SO}$  nie jest przedstawiony na rysunkach, ponieważ dla tych próbek w pełni wystarczające było zastosowanie wzoru 6.4. Dodanie członu  $\Delta G_2$  nie zmieniło jakości dopasowania, dlatego użycie wyrażenia 6.1 było nieuzasadnione. Pokazuje to, że z punktu widzenia poprawek kwantowych próbka 5 nm znajduje się niejako w pozycji pośredniej pomiędzy pojedynczą warstwą PbTe a złączami SnTe/PbTe o wymiarach 10 nm i 20 nm. Niemniej jednak, efektywna liczba kanałów kwantowych,  $\eta$ , jest mniejsza niż 1 dla wszystkich złączy i maleje z temperaturą w badanym zakresie. Na przykład, w warstwie SnTe o grubości 20 nm,  $\eta = 0.73$  w temperaturze  $T = 2$  K, natomiast w temperaturze  $T = 8$  K mamy  $\eta = 0.49$ . Jak już wspomniano, spadek liczby kanałów poniżej oczekiwanego limitu jest najprawdopodobniej spowodowany wkładem WL pochodzącym od nośników objętościowych.

Aby sprawdzić to założenie, dla próbek SnTe o wymiarach 10 nm i 20 nm, przeprowadzono alternatywne dopasowanie danych  $\Delta G(B)$  do wzoru  $\Delta G(B) = \eta_1 \Delta G_1^{WAL} + \eta_2 \Delta G_1^{WL}$ , który sumuje wkłady  $\Delta G_1^{WAL}$  od nośników topologicznych oraz  $\Delta G_1^{WL}$  od stanów trywialnych [40, 45]. Tutaj  $\Delta G_1$  jest ponownie dana równaniem 6.2,  $\alpha = -1/2$  dla WAL jak poprzednio i  $\alpha = +1$  dla wkładu od WL. Efektywne liczby kanałów  $\eta_1, \eta_2$  i długości koherencji fazowej  $L_\phi^{WAL}, L_\phi^{WL}$  były potraktowane jako parametry dopasowania. Okazało się jednak, że wyniki końcowe były

bardzo wrażliwe na warunki początkowe parametrów. Niemniej jednak, na podstawie wielokrotnych przebiegów algorytmu CMA-ES udało nam się oszacować, że  $\eta_1 \approx 1$ . Dlatego też, dla alternatywnego dopasowania użyliśmy równania

$$\Delta G(B) = \Delta G_1^{\text{WAL}} + \eta_2 \Delta G_1^{\text{WL}} - \beta B^2, \quad (6.5)$$

tzn. ustaliliśmy, że  $\eta_1 = 1$  dla stanów topologicznych. Ostateczne wyniki były praktycznie nieodróżnialne od wcześniejszych dopasowań do wzoru 6.4, które są pokazane na Rys. 6.5. Na przykład, otrzymaliśmy  $L_\phi^{\text{WAL}} = 141.8$  nm,  $\eta_2 = 0.20$  i  $L_\phi^{\text{WL}} = 115$  nm z danych dotyczących przewodnictwa magnetycznego próbki SnTe o grubości 10 nm w temperaturze  $T = 2$  K. Zgodnie z oczekiwaniami, w niskich temperaturach  $L_\phi^{\text{WL}}$  jest większa niż grubość warstwy SnTe.

Stwierdzamy, że poprawki kwantowe do przewodności dla próbek SnTe o grubości 10 nm i 20 nm są dobrze opisane przez model HLN dla fermionów bezprzerwowych z efektywną liczbą kanałów  $\eta < 1$  lub alternatywnie, przez ten sam model z  $\eta = 1$  i dodatkowym wkładem WL od nośników objętościowych. To drugie podejście przenosi problem  $\eta < 1$  z nośników topologicznych na stany trywialne w objętości. Rzeczywiście, z alternatywnego dopasowania do danych z próbki 20 nm SnTe otrzymaliśmy  $\eta_2 = 0.14, 0.20$  oraz  $0.29$ , w temperaturach  $T = 2$  K, 4 K i 8 K. Mniejsza niż 1 efektywna liczba kanałów kwantowych dla stanów trywialnych, była już wcześniej zaobserwowana dla cienkich warstw SnTe i efekt ten jest przypisywany fluktuacjom krawędzi pasma [45].

Na koniec warto wspomnieć, że parametr  $\beta$  raczej słabo zależy od temperatury dla wszystkich złącz SnTe/PbTe i mieści się w zakresie od  $3.5 \times 10^{-4}$  do  $6.6 \times 10^{-4}$ , dla temperatur  $T < 8$  K. Oznacza to, że klasyczny wkład, który parametr  $\beta B^2$  ma modelować, jest znacznie większy dla próbek SnTe/PbTe niż dla pojedynczej warstwy PbTe. Sugeruje to obecność transportu wielonośnikowego, którego należy oczekiwać w przypadku złącz  $p$ - $n$  i który rzeczywiście ujawnia się w analizie transportu klasycznego.

## 6.3 Widmo ruchliwości

Wielonośnikowy transport jest zwykle analizowany przy użyciu wyrażeń Drudego na składowe tensora przewodnictwa  $\sigma_{xx}(B)$  i  $\sigma_{xy}(B)$  dla każdego typu nośników ładunku, patrz wzory 2.19. Jak wyjaśniono w rozdziale 4 takie podejście jest jednak niewystarczające w przypadku tellurków cyny i ołowiu, których pasma charakteryzują się wysoce anizotropowymi masami efektywnymi. Niestety, ogólne wyrażenia na składowe tensora przewodnictwa materiałów podobnych do PbTe

nie są znane. W granicy słabych pól magnetycznych ( $\mu^2 B^2 \ll 1$ ), dla oszacowania dodatniego magneto-oporu można użyć wyrażenia typu 4.5. Pełna analiza wymaga jednak zastosowania analizy widma ruchliwości (MSA), opisaną w rozdziale 2.

Jak wyjaśniono, kształt widma ruchliwości  $\mathcal{S}(\mu)$  zapewnia głębszy wgląd w mechanizmy transportu obecne w przewodzącej próbce i dostarcza więcej informacji w porównaniu do danych magnetooporu. Zazwyczaj oddzielne piki widmowe są interpretowane jako odrębne kanały przewodzenia związane z elektronami ( $\mu < 0$ ) w paśmie przewodnictwa lub dziurami ( $\mu > 0$ ) w paśmie walencyjnym. Dodatkowe informacje o przewodności powierzchniowej, pasmach domieszkowych lub kanałach transportowych w strukturach warstwowych można również wywnioskować z danych MSA [57].

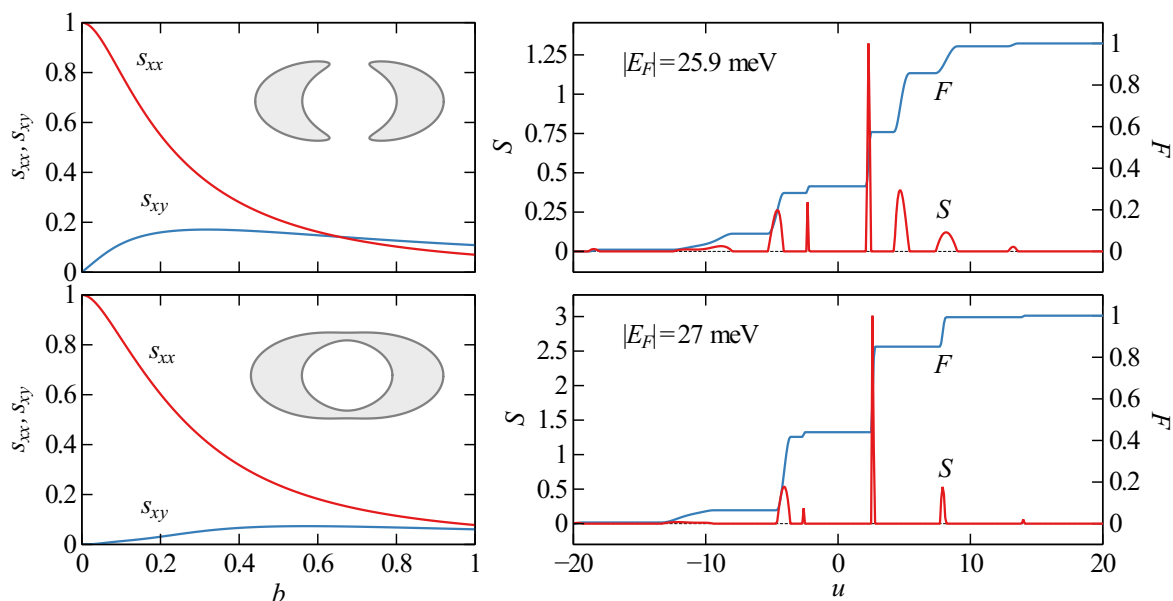
Należy podkreślić, że widmo ruchliwości może ujawniać piki elektrono-podobne i dziuro-podobne również w przypadku transportu jednopasmowego, gdy powierzchnia Fermiego jest *zakrzywiona*. Jak wyjaśniono w [5], wypukłe i wklęsłe części hodografu wnoszą różny wkład do  $\mathcal{S}(\mu)$ , który różni się znakiem związanego z nimi parametru  $\mu$ . Jest to mniej znany aspekt analizy widma ruchliwości. Na przykład, nie tylko silny pik dziuro-podobny, ale także jeden słabszy pik dla  $\mu < 0$ , jest oczekiwany w widmie ruchliwości krzemu typu *p*. Wynika to z kształtu pasma walencyjnego (tzw. *warping*). Z rysunku. 4.4 jasno wynika, że jeszcze silniejsze efekty, związane z kształtem powierzchni Fermiego, są spodziewane dla stanów topologicznych SnTe, które występują na płaszczyźnie (001).

### 6.3.1 Model McClure'a dla stanów topologicznych

W związku z tym, przeprowadzenie analizy MSA dla stanów topologicznych na powierzchni (001) SnTe zostało poprzedzone teoretycznymi obliczeniami \* tensorów przewodnictwa dla nośników, których dwuwymiarowa dyspersja opisana jest wzorem 4.7. W tym celu zastosowano model McClure'a dla transportu klasycznego w polu magnetycznym [5]. Model zakłada, że częstotliwość cyklotronowa  $\omega_c$  jest zdefiniowana jako  $2\pi/T$ , gdzie  $T$  jest okresem ruchu oscylacyjnego wykonywanego przez nośnik ładunku na hodografie. Okres i częstotliwość zostały obliczone numerycznie dla danej energii  $E$  i pola magnetycznego  $B$ . Aby otrzymać składowe tensora przewodnictwa przyjęto wartość  $\mu B = \omega_c \tau$ , gdzie  $\tau$  jest czasem relaksacji rozpraszania, który w ogólności może zależeć od energii  $E$  i pędu  $k_z$  (w przypadku nośników 2-wymiarowych,  $k_z = 0$ ). Czas rozpraszania nie jest znany i został przyjęty dowolnie ( $\tau \approx 5.5$  ps). Wyniki przedstawiono dla wybranych wartości energii  $E$  i temperatury  $T = 0$ . Użyto znormalizowanych

\*Obliczenia dla potrzeb niniejszej pracy zostały wykonane przez J. Wróbla i C. Śliwę.





**Rys. 6.7.** Znormalizowane składowe tensora przewodnictwa (po lewej) dla energii Fermiego 25.9 meV (górny rząd) i 27 meV (poniżej), Wstawki pokazują schematycznie kształty hodografów. Odpowiadające im widma ruchliwości  $S$  i dystrybuanta przewodnictwa  $F$  są pokazane po prawej stronie. Parametr  $b = B/B_{\max}$  jest znormalizowanym polem magnetycznym,  $u = \mu B_{\max}$  to znormalizowana ruchliwość. Dla obliczeń użyliśmy  $\tau = 5.523$  ps oraz  $B_{\max} = 1$  T.

składowych tensora przewodnictwa  $s_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_0$  oraz bezwymiarowego parametru pola magnetycznego  $b = B/B_{\max}$ , gdzie  $\sigma_0 = \sigma_{xx}(0)$ . a  $B_{\max}$  jest maksymalną wartością parametru  $B$ . Zgodnie z powszechną konwencją przyjęliśmy, że  $\mu < 0$  dla elektronów i  $\mu > 0$   $\sigma_{xy} > 0$  dla dziur.

Rysunek 6.7 przedstawia wartości  $s_{xx}$  i  $s_{xy}$  obliczone dla  $|E_F| = 25.9$  meV i  $|E_F| = 27$  meV. Pierwszy przypadek odpowiada sytuacji, gdy próbka znajduje się nieco poniżej przejścia Lifshitz (patrz Rys.4.4a), drugi odpowiada energiom które są powyżej punktu przejścia (Rys.4.4b). Wstawki pokazują krzywe zamknięte w przestrzeni odwrotnej (hodografy), po których orbitują nośniki prądu w polu magnetycznym. Wyraźnie widać, że otrzymanych danych nie da się opisać modelem Drudego dla pasma sferycznego. W obu przypadkach składowe  $\sigma_{xy}$  tensora przewodnictwa są raczej małe, ponieważ wypukłe i wklęsłe części hodografów dają wkłady o przeciwnym znaku, które częściowo się znoszą. To wzajemne zniesienie jest silniejsze dla energii  $E > \delta$ , gdy istnieją oddzielne hodografy dla “dziur” i “elektronów”.

Szczególnie interesująca jest sytuacja dla  $|E_F|$  nieco poniżej  $\delta = 26$  meV, gdy wszystkie hodografy mają kształt półksiężyca. W takim przypadku “dziura” przekształca się w “elektron”, a

następnie ponownie staje się "dziurą", w funkcji czasu. Ponadto, w przestrzeni rzeczywistej nośnik prądu krąży w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, a następnie przeciwnym lub odwrotnie. Oznacza to, że *quasi*-cząstka wykonuje pętlę, która przecina się w jednym punkcie na płaszczyźnie  $xy$ . Tak skomplikowana dynamika nośnika pasmowego nie może być opisana przez proste dodanie dwóch członów Drudego jednego dla 'elektronów' i jednego dla 'dziur'. Zostało to potwierdzone przez analizę widma ruchliwości przeprowadzoną dla tak obliczonych tensorów przewodnictwa.

### 6.3.2 MSA dla stanów topologicznych

Aby uzyskać widmo ruchliwości, należy rozwiązać równania całkowe (2.9) i (2.10). Nie jest to łatwe zadanie ponieważ  $\mathcal{S}(\mu)$  często składa się z kilku wąskich pików, podczas gdy  $\sigma_{xx}$  i  $\sigma_{xy}$  są raczej gładkimi funkcjami pola magnetycznego  $B$ . W związku z tym, w literaturze istnieje kilka numerycznych podejść do MSA [3, 57, 58]. Używając znormalizowanych wartości składowych tensora przewodnictwa  $s_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_0$  otrzymano \* znormalizowane widmo  $S = \mathcal{S}/(\sigma_0 B_{\max})$ . jako funkcję bezwymiarowego parametru ruchliwości  $u = \mu B_{\max}$ . Ze wzoru 2.9 wynika, że dla  $b = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(u) du = 1. \quad (6.6)$$

W związku z tym, analogicznie do teorii prawdopodobieństwa, zdefiniowano *dystrybuantę przewodności*

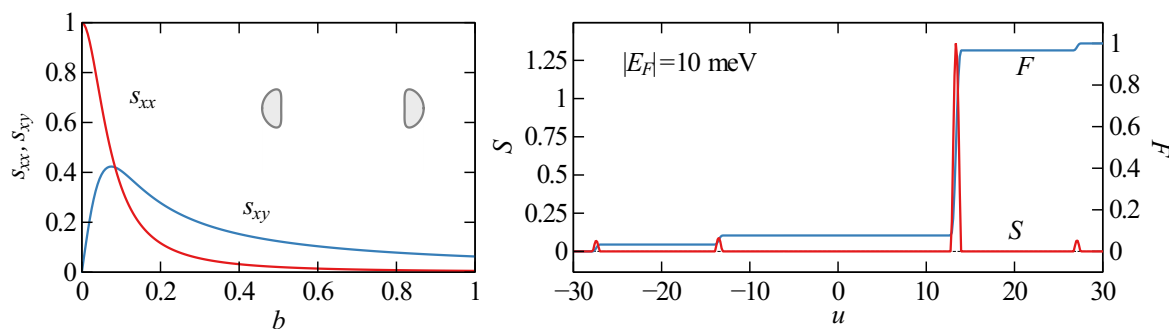
$$F(u) = \int_{-\infty}^u S(\xi) d\xi, \quad (6.7)$$

która zazwyczaj wykazuje zachowanie schodkowe, a każda wysokość stopnia daje wkład danego rodzaju nośnika do całkowitego przewodnictwa. Wyniki obliczeń MSA dla stanów topologicznych są pokazane na Rys. 6.7.

Widmo ruchliwości  $S$  otrzymane dla dziur o energii  $|E_F| = 25.9$  meV zawiera dwa wąskie piki, symetryczne wokół  $u = 0$ , które zidentyfikowane jako wkłady pochodzące od wypukłych i wklęsłych części hodografu w kształcie półksiężyca. Jednak ich udziały do całkowitej przewodności nie są dominujące, jak widać z dystrybuanty  $F(u)$ . Na przykład, najsilniejszy pik dla dziur występujący przy  $u \approx 2.3$ , stanowi tylko 26% całkowitego przewodnictwa. Co ciekawe, dominujący wkład do transportu elektrycznego pochodzi od dodatkowej serii szerszych maksimów, które obserwuje się dla wyższych ruchliwości (dodatniej i ujemnej).

Te *satelitarne piki* są związane z wyższymi harmonicznymi okresowego ruchu cyklotronowego wykonywanego na silnie odkształconej orbicie. Dlatego ich wkład maleje, gdy zakrzywienie

\*Program do obliczeń widma ruchliwości dostarczyli J. Wróbel i M. Kojdecki



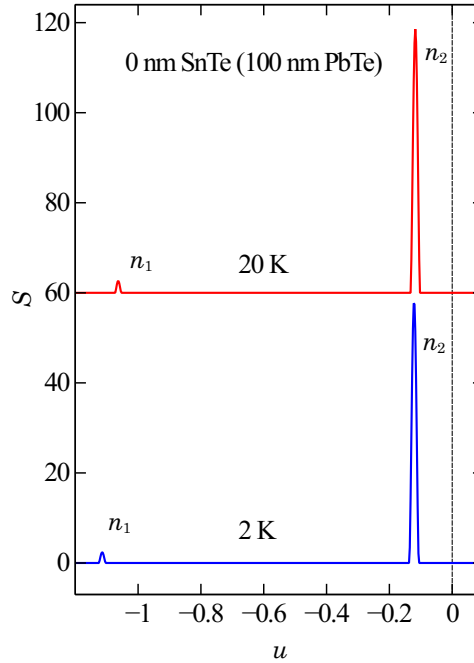
**Rys. 6.8.** Znormalizowane składowe tensora przewodnictwa (po lewej) dla energii Fermiego 10.0 meV, wstawka pokazuje schematycznie kształt hodografów. Widma ruchliwości  $S$  i skumulowane funkcje rozkładu przewodnictwa  $F$  przedstawiono po prawej stronie, użyto  $\tau = 5.523$  ps oraz  $B_{\max} = 1$  T, takie same jak na Rys. 6.7.

hodografu jest mniejsze. Rysunek 6.7 pokazuje również widmo ruchliwości otrzymane dla energii  $|E_F| = 27$  meV. W tym przypadku mamy dwie osobne orbity dla nośników poruszających się w przeciwnych kierunkach. Niemniej jednak, model Drudego dla elektronów i dziur nadal nie jest adekwatny, ponieważ w widmie należy się spodziewać silnych dodatkowych pików satelitarnych.

Co więcej, wkład wyższych harmonicznych nie zanika całkowicie nawet wtedy, gdy energia Fermiego  $E_F$  zbliża się do punktu Diraca. Rysunek 6.8 przedstawia widmo ruchliwości  $S$  otrzymane dla dziur przy energii  $|E_F| = 10$  meV. Zgodnie z oczekiwaniami, silne maksimum typu  $p$  dominuje w przewodnictwie, jednak składowa typu  $n$  jest również obecna wraz ze słabszymi pikami satelitarnymi, widocznymi zarówno po stronie elektronowej, jak i dziurowej. Jak zaznaczono w podpisie pod rysunkiem, widmo zostało obliczone przy takim samym czasie relaksacji jak poprzednio. Niemniej jednak, ruchliwości nośników są znacznie wyższe niż w przypadku, gdy energia Fermiego jest większa. Wynika to z liniowej dyspersji w pobliżu punktu Diraca, gdzie częstotliwość cyklotronowa  $\omega_c$  rozbiega się jako  $1/E_F$ . Takie nietypowe zachowanie powinno być brane pod uwagę w MSA materiałów topologicznych, ponieważ dla stanów normalnych  $\omega_c$  nie zależy od energii na krawędzi pasma.

### 6.3.3 Widmo ruchliwości dla złącz SnTe/PbTe

Opisaną metodę obliczania widm ruchliwości zastosowano do analizy danych eksperymentalnych w celu zidentyfikowania ewentualnego wkładu od stanów topologicznych. Nie oczekiwano jednak, że uzyskane zostaną widma o wysokiej rozdzielczości, podobne do tych obliczonych



**Rys. 6.9.** Znormalizowane widma ruchliwości  $S = S / (\sigma_0 B_{\max})$  dla warstwy PbTe w temperaturach 2 K i 20 K jako funkcja bezwymiarowego parametru ruchliwości  $u = \mu B_{\max}$  ( $u = 1.0$  odpowiada  $\mu = 666.7 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , ponieważ  $B_{\max} = 15 \text{ T}$ ). Dane dla  $T = 20 \text{ K}$  są przesunięte w górę dla większej przejrzystości. Widoczne są dwa piki elektronowe  $n_1$  i  $n_2$ .

poprzednio. Po pierwsze, całkowite przewodnictwo otrzymane w eksperymencie jest zdominowane przez objętościowe (3D) elektrony i dziury, rezydujące poza złączem  $p$ - $n$ . Po drugie,  $\sigma_{xx} \gg \sigma_{xy}$  dla całego zakresu pól magnetycznych, aż do  $B_{\max} = 15 \text{ T}$ . Oznacza to, że dominujący wkład do transportu elektrycznego pochodzi od *quasi*-cząstek o niskiej ruchliwości ( $\mu B_{\max} \ll 1$ ) co zmniejsza znacznie rozdzielczość metody MSA.

### Warstwa PbTe

Dodatkowa trudność, związana z danymi dotyczącymi samej warstwy PbTe (0 nm SnTe), wynika z efektu słabej lokalizacji, który maskuje oczekiwany dodatni magnetoopór w całym zakresie pól magnetycznych, patrz rys. 6.1. Dlatego, aby obliczyć widma ruchliwości, założyliśmy że  $R_{xx}(B)$  jest dany wzorem 4.5 z parametrami oszacowanymi na podstawie krzywej  $R_{xy}(B)$ . Dzięki temu oszacowaniu, obliczyliśmy składowe tensora przewodnictwa a następnie widma ruchliwości. W celu zwiększenia wagi danych  $\rho_{xy}(B)$ , które nie są szacowane, lecz pochodzą bezpośrednio z eksperymentu, do obliczenia widm wykorzystaliśmy pochodną numeryczną  $\partial \sigma_{xy} / \partial B$ . zamiast

$\sigma_{xy}$ . Wyniki pokazane są na Rys. 6.9.

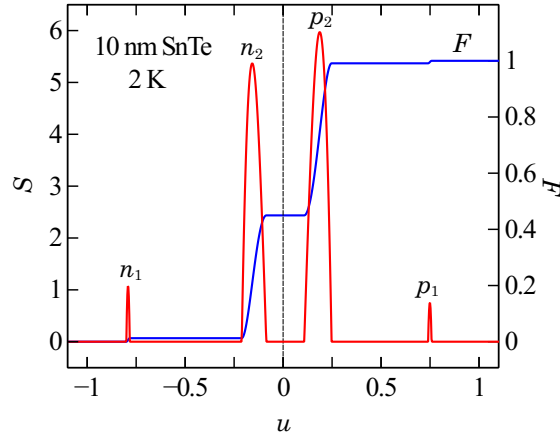
W temperaturze  $T = 2$  K wyraźnie widoczne są dwa piki elektronowe  $n_1$  i  $n_2$ . Dominujący z nich, obserwowany przy ruchliwości  $\mu_2 = -80.9$  cm<sup>2</sup>/Vs, jest związany z elektronami w warstwie PbTe o koncentracji  $n_2 = 3.26 \times 10^{13}$  cm<sup>-2</sup>. Słabszy pik, odpowiadający znacznie większej ruchliwości elektronów  $\mu_1 = -743$  cm<sup>2</sup>/Vs, jest najwyraźniej związany z 2-wymiarowym gazem elektronowym (2DEG) o gęstości  $n_1 = 1.07 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>, odpowiedzialnym za efekty WL i WAL, dyskutowane wcześniej. Najprawdopodobniej 2DEG znajduje się na wolnej powierzchni PbTe, ponieważ wcześniej nie obserwowano transportu kwantowego dla interfejsów PbTe/CdTe hodowanych na podłożu (100) [59]. Korzystając ze wzorów 4.1 do 4.4, oszacowano średnie drogi swobodne dla nośników objętościowych ( $n_2$ ) i powierzchniowych ( $n_1$ ) jako odpowiednio  $\ell_2 = 1.02$  nm i  $\ell_1 = 1.33$  nm. Obie wartości są podobne i raczej małe, co sugeruje obecność defektów strukturalnych, które znacznie zmniejszają ruchliwości nośników.

Na rysunku 6.9 pokazano również widmo ruchliwości dla  $T = 20$  K, które wygląda bardzo podobnie do wyników otrzymanych w niższej temperaturze. Szerokości i wysokości obserwowanych pików są prawie niezmiennicze, co wskazuje, że obie gęstości nośników praktycznie nie zmieniają się wraz z temperaturą. Jeśli chodzi o ruchliwość, to  $\mu_2$  dla elektronów objętościowych jest również prawie niezmiennicze, podczas gdy ruchliwość 2DEG jest nieco zmniejszona do wartości  $\mu_1 = -709$  cm<sup>2</sup>/Vs. Niemniej jednak, temperaturowa zależność składowych przewodnictwa powierzchniowego jest raczej słaba w zakresie od 2 K do 20 K.

Fizyczne pochodzenie dwuwymiarowego gazu elektronowego, opisywanego przez parametry  $n_1$  i  $\mu_1$ , nie jest znane. Najprawdopodobniej obecność 2DEG jest związana nie tylko z klasycznymi stanami powierzchniowymi, ale także ze stanami związanymi z cząsteczkami chemicznie zaabsorbowanymi z powietrza. W szczególności wiadomo, że cząsteczki tlenu pobierają elektrony z półprzewodnika poprzez procesy utleniania. Dlatego może powstać cienka warstwa izolująca, która będzie działać jako bariera energetyczna wiążąca elektrony na swobodnej powierzchni  $n$ -PbTe [60].

### Złącza SnTe/PbTe

Dla złącz SnTe/PbTe nie zaobserwowano efektu słabej lokalizacji, która dominowała w danych  $R_{xx}(B)$  dla warstwy PbTe. Zamiast tego stwierdzono obecność dodatniego magnetoopóru i zależne od temperatury wąskie minima w słabych polach magnetycznych, związane z WAL. Dlatego, aby obliczyć składowe klasycznego tensora przewodnictwa, zastąpiliśmy dane  $R_{xx}$  zdominowane przez efekty kwantowe, przez dopasowanie paraboliczne do danych w wyższych

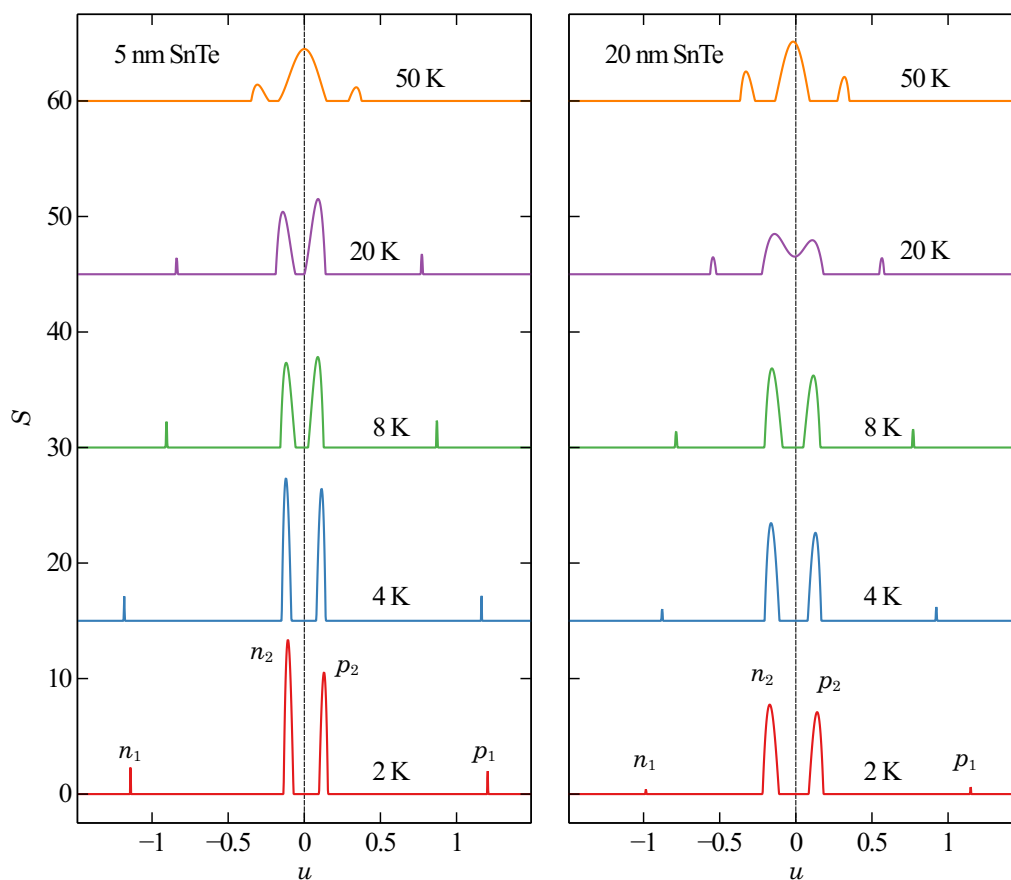


**Rys. 6.10.** Znormalizowane widmo ruchliwości  $S$  i schodkowe funkcje dystrybuanty przewodności  $F$  dla 10 nm złącza SnTe/PbTe, temperatura  $T = 2$  K. Z wysokości stopni funkcji  $F$  oszacowano następujące uśrednione parametry: *elektrono-podobne*  $\mu_1 = -528$  cm<sup>2</sup>/Vs,  $n_1 = 0.85 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>,  $\mu_2 = -105$  cm<sup>2</sup>/Vs,  $n_2 = 1.45 \times 10^{13}$  cm<sup>-2</sup> oraz *dziuro-podobne*  $\mu_1 = +500$  cm<sup>2</sup>/Vs,  $p_1 = 0.59 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>,  $\mu_2 = +125$  cm<sup>2</sup>/Vs,  $p_2 = 1.47 \times 10^{13}$  cm<sup>-2</sup>.

polach. Magnetoopór dla  $|B| \gtrsim 2$  T, nie był dopasowany i został wzięty bezpośrednio z eksperymentu. Jeśli chodzi o rezystancję Halla  $R_{xy}(B)$ , dane nie zostały dopasowane ani zmodyfikowane, nawet w zakresie niskich pól. Otrzymane funkcje  $\sigma_{xx}(B)$  i  $\sigma_{xy}(B)$  zostały następnie użyte do obliczenia widm ruchliwości. Wyniki dla złącza 10 nm SnTe w temperaturze  $T = 2$  K pokazane są na Rys. 6.10.

Zgodnie z oczekiwaniami, obserwuje się dwa dominujące wkłady do całkowitego przewodnictwa, które odpowiadają objętościowym elektronom w PbTe ( $n_2$ ) i objętościowym dziurom w SnTe ( $p_2$ ). Jednak szerokości obu pików spektralnych są znacznie większe w porównaniu z linią  $n_2$  pokazaną na Rys.6.9 dla pojedynczej warstwy PbTe. Uważamy, że dominujące linie spektralne są szersze dla próbek SnTe/PbTe ze względu na tworzenie się heterozłącza  $p$ - $n$  na granicy faz. Gęstości elektronów i dziur różnią się na złączu i to samo może dotyczyć ruchliwości, co prowadzi do rozrzut parametrów i poszerzenia spektralnego. Co ciekawe, całkowite gęstości  $n_2$  i  $p_2$  są dość podobne, patrz rysunek 6.10. Jeśli jednak weźmie się pod uwagę grubości warstw PbTe (100 nm) i SnTe (10 nm) uzyskuje się  $n_2^{3D} = 1.45 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup>. i  $p_2^{3D} = 1.47 \times 10^{19}$  cm<sup>-3</sup> dla objętościowych nośników, które znacznie się różnią.

Analiza widm ruchliwości pokazuje, że gęstości objętościowe nie są jedynymi składnikami przewodnictwa dla próbek SnTe/PbTe. Dodatkowe piki  $n$ -typu ( $n_1$ ) oraz  $p$ -typu ( $p_1$ ) są wyraźnie widoczne. Z dwóch powodów należy oba maksima przypisać stanom topologicznym, które



**Rys. 6.11.** Widma ruchliwości dla złącz 5 nm SnTe/ PbTe oraz 20 nm SnTe/ PbTe w funkcji temperatury w zakresie 2 K do 50 K.

występują na granicy SnTe/PbTe i które są odpowiedzialne za efekt słabej antylokalizacji, opisany wcześniej. Po pierwsze, wkład  $n_1$  nie może być związany z wolną powierzchnią PbTe, która nie jest wystawiona na działanie powietrza ale jest ukryta w złączu  $p$ - $n$ . Po drugie, nie spodziewamy się utworzenia 2-wymiarowego gazu dziurowego na powierzchni SnTe, podobnego do 2DEG na powierzchni  $n$ -PbTe. Warstwa SnTe nie jest zakryta i prawdopodobnie również utleniona, jednak gęstość dziur jest tak duża ( $\sim 1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ), że nie należy się spodziewać utworzenia cienkiego obszaru izolującego. Bez takiej bariery, istnienie powierzchniowej warstwy akumulacyjnej (lub inwersyjnej) jest mało prawdopodobne, ze względu na wysoką stałą dielektryczną materiału ( $\epsilon = 1200$ ). Silne ekranowanie ładunków powierzchniowych ogranicza ugięcie pasma do kilku meV [43], co jest znacznie mniej niż szacowana energia Fermiego  $E_F$  dla dziur.

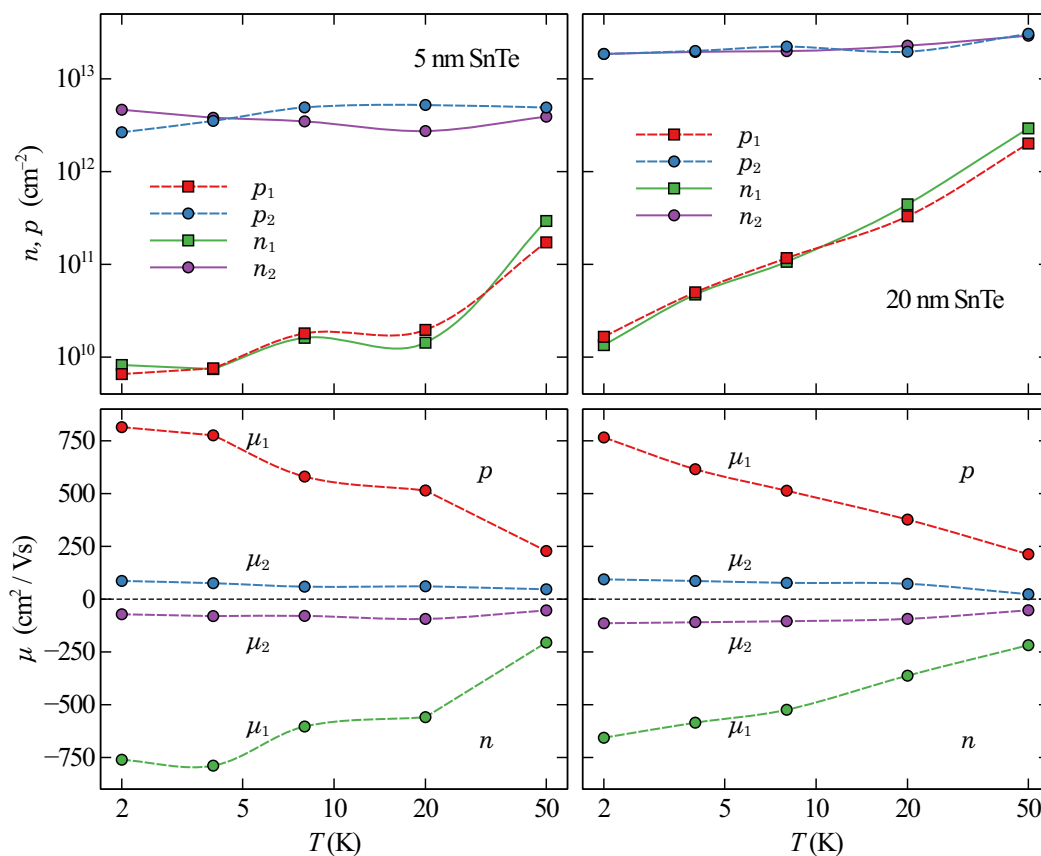
W związku z tym, dwa piki satelitarne  $n_1$  i  $p_1$  nie mogą być związane z konwencjonalnym

2-wymiarowym transportem dziur i elektronów. Jak wyjaśniono w punkcie 6.3.1, kształty konturów stałej energii dla nośników topologicznych na powierzchni (001) SnTe powodują, że w widmie ruchliwości muszą pojawić się zarówno elektrono-podobne jak i dziuro-podobne linie spektralne. Wniosek ten jest słuszny w stosunkowo szerokim zakresie energii Fermiego, od  $|E_F| \approx 10$  meV do  $|E_F| = 70$  meV i jest bardzo prawdopodobne, że dla obszaru złącza  $p-n$ , energia nośników powierzchniowych mieści się w tym przedziale. Dlatego, należy uznać *jednocześnie* obserwowane piki  $n_1$  i  $p_1$  za sygnatury nietrywialnej zależności dyspersyjnej stanów topologicznych. Wniosek ten jest poparty pomiarami widm ruchliwości w funkcji temperatury, które były przeprowadzone dla heterozłącza 5 nm SnTe i 20 nm SnTe w zakresie od  $T = 2$  K do 50 K. Wyniki pokazano na Rys.6.11.

Przede wszystkim, dla złącza SnTe/PbTe obserwuje się znacznie silniejszą zależność widm od temperatury w porównaniu z danymi dotyczącymi warstwy PbTe, które nie zmieniały się znacząco w zakresie od 2 K do 20 K, patrz rysunek 6.9. Dla PbTe, gęstość elektronów  $n_1$  w 2DEG wzrosła zaledwie o 7 %, a wartość bezwzględna ruchliwości  $\mu_1$  zmniejszyła się tylko o 5 %, przy praktycznie niezmienionej szerokości pików Tymczasem dla złącza SnTe/PbTe, już i tak duże szerokości maksimum  $n_2$  i  $p_2$ , które są związane z nośnikami objętościowymi, wyraźnie rosły wraz z temperaturą. W temperaturze  $T = 20$  K dominujące linie spektralne zaczęły nakładać się na siebie i ostatecznie połączyły się w temperaturze  $T = 50$  K, tworząc szeroki pik, który obejmuje dodatnie i ujemne ruchliwości. Satelitarne linie spektralne  $n_1$  i  $p_1$  również zmieniały się znacząco wraz z  $T$ . Dla próbki SnTe o grubości 20 nm gęstość nośników elektrono-podobnych  $n_1$  wzrosła 33 razy, a wartość bezwzględna ruchliwości  $\mu_1$  zmniejszyła się o prawie 50 %, gdy heterozłącze zostało podgrzane od 2 K do 20 K. Jest to wyraźna różnica w stosunku do piku  $n_1$  w 2-wymiarowym gazie elektronowym, obserwowanym dla warstwy PbTe. Zależność temperaturowa parametrów MSA, uzyskanych dla złącza SnTe/PbTe, jest zestawiona na Rys. 6.12.

Górna część rysunku przedstawia oszacowane gęstości powierzchniowe dla składników elektro-nopodobnych i dziuro-podobnych. Koncentracje nośników objętościowych, oznaczone kółkami, nie zmieniały się znacząco z temperaturą, tak jak należało się spodziewać. Dla 20 nm próbek parametry  $n_2$  i  $p_2$  nieznacznie wzrosły z temperaturą, natomiast dla próbki 5 nm zmiany były większe, ale nie monotoniczne. Te same obserwacje dotyczą dodatnich i ujemnych ruchliwości nośników większościowych  $\mu_2$ , pokazanych w dolnej części rys. 6.12. Jak już wspomniano, szerokości pików ruchliwości rosły wraz z temperaturą, ale ich położenie nie zmieniało się znacząco. Dopiero w temperaturze  $T = 50$  K bezwzględne wartości  $\mu_2$  wyraźnie się zmniejszyły, a piki przestały być rozróżnialne. Nośniki większościowe w złączach SnTe/PbTe charakteryzują się stosunkowo małymi wartościami ruchliwości o słabej zależności od temperatury, a więc zachowują się bardzo podobnie jak elektrony objętościowe w PbTe. Różnią się jedynie





**Rys. 6.12.** Wyniki analizy MSA przeprowadzonej dla 5 nm SnTe/PbTe (po lewej) i 20 nm SnTe/PbTe (z prawej). W górnej części pokazano gęstości 2D elektronopodobnych ( $n_1, n_2$ ) i dziuro-podobnych ( $p_1, p_2$ ) składników w funkcji temperatury  $T$ . Poniżej pokazane są odpowiadające im ruchliwości (położenia pików). Zgodnie z konwencją, parametry  $\mu$  dla elektrono-podobnych wkładów do przewodnictwa są ujemne.

koncentracją i szerokością linii spektralnych.

Oszacowane gęstości elektronów w heterozłączach SnTe/PbTe są znacznie mniejsze niż w pojedynczej warstwie PbTe. W temperaturze  $T = 2$  K otrzymano  $n_2^{3D} = 1.45 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  i  $n_2^{3D} = 1.87 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  dla próbek 10 nm i 20 nm, w porównaniu z  $n_2^{3D} = 3.26 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  w warstwie PbTe. Dla 5 nm próbki SnTe/PbTe, która ma największy opór, rozbieżność ta jest jeszcze bardziej dramatyczna, ponieważ  $n_2^{3D} = 0.46 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Jednym z możliwych wyjaśnień jest to, że część każdej warstwy PbTe została zubożona z powodu utworzenia się złącza  $p$ - $n$  i efektywne grubości były mniejsze niż nominalna wartość 100 nm, użyta w obliczeniach. Po drugie, model McClure'a który jest podstawą metody MSA, został opracowany dla wielonośnikowych, ale jednorodnych próbek. Tutaj badano struktury warstwowe z heterozłączem planarnym i przewodnictwem powierzchniowym. W związku z tym nieznanym jest przestrzenny rozkład prądu elektrycznego i dlatego obliczone koncentracje nośników mogą się różnić od rzeczywistych.

Niemniej jednak, parametry ilościowe uzyskane dla elektrono-podobnego i dziuro-podobnego przewodnictwa powierzchniowego, są spójne dla wszystkich próbek SnTe/PbTe. Rysunek 6.12 pokazuje, że parametry  $p_1$  i  $n_1$  rosną wraz z temperaturą, a obie wartości zmieniają się w podobny sposób, jak gdyby równoległe, co silnie sugeruje, że opisują to samo zjawisko. Gdyby były tylko koncentracjami dziur i elektronów w różnych kanałach przewodnictwa, takie podobieństwo byłoby mniej prawdopodobne, ponieważ nasze badane struktury nie są symetryczne wzdłuż kierunku wzrostu. To samo odnosi się do parametrów  $\mu_1$  dla pików elektro-nopodobnych i dziuro-podobnych. Ich wartości bezwzględne maleją wraz ze wzrostem temperatury w takim samym tempie. Ruchliwość i gęstość elektronów na powierzchni PbTe zachowują się inaczej. Obserwowane zależności dla pików  $p_1$  i  $n_1$  dadzą się wyjaśnić zakładając, że pochodzą one od wklęsłych i wypukłych części pojedynczych hodografów, takich jak pokazane na rys.6.7. Jeśli tak, to przy analizie widma ruchliwości dla stanów topologicznych, zamiast wyrażenia Drudego  $\sigma = en\mu$ , należy użyć wzoru 2.11, który zawiera takie wielkości jak współczynnik dyfuzji i gęstość stanów. Jest to wyrażenie bardziej ogólne i zapewnia lepszy opis dla materiałów takich jak izolatory topologiczne, gdzie znaczenie masy efektywnej i ruchliwości jest niejasne [8].

### 6.3.4 Wnioski

Analiza spektrum ruchliwości (MSA) przeprowadzona dla złącz SnTe/PbTe wykazała obecność elektronów z warstw PbTe i dziur z warstw SnTe, zgodnie z oczekiwaniami dla złącza  $p$ - $n$ . Ponadto, dla wyższych ruchliwości zaobserwowano znacznie słabsze piki dziurowe i elektronowe, występujące zawsze w parach i rozłożone w przybliżeniu symetrycznie wokół punktu  $\mu = 0$ . Odległość pomiędzy tymi liniami spektralnymi malała z temperaturą, podczas gdy parametr

gęstości (koncentracji) wzrastał. Te charakterystyczne pary pików zostały zinterpretowane jako spektrum ruchliwości nośników zajmujących pojedyncze pasmo topologiczne, z poziomem Fermiego znajdującym się w pobliżu przejścia Lifshitza ( $E_S = 26$  meV), gdzie gęstość stanów jest bardzo duża. Wniosek ten został poparty obliczeniami numerycznymi składowych tensora przewodnictwa dla pasma energetycznego pokazanego na Rys. 4.4, przy użyciu modelu McClure'a dla transportu klasycznego w strukturach 2-wymiarowych.

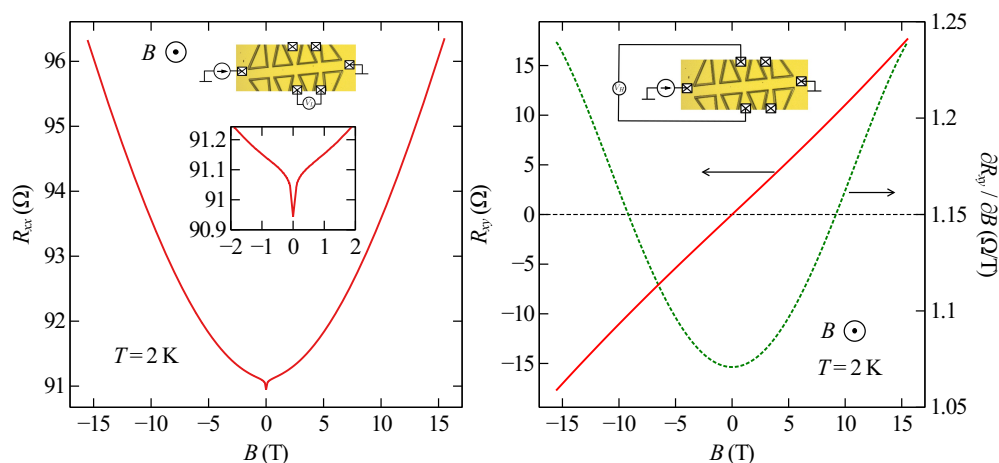


# Struktury CdTe/SnTe/CdTe

W tym rozdziale przedstawione zostaną wyniki uzyskane dla próbek makroskopowych wytworzonych litograficznie na podłożach zawierających studnie kwantowe CdTe/SnTe/CdTe, opisane w punkcie 5.1.1. Do wykonania mostków hallowskich wykorzystano studnie SnTe o grubości 20 nm. Kształt i rozmiary próbek były takie same jak dla struktur pomiarowych, wykonanych przy wykorzystaniu heterozłącz SnTe/PbTe, tym razem jednak makroskopowe kontakty elektryczne były lutowane indem. Pomiary przeprowadzono w temperaturze  $T = 2$  K metodą DC, do maksymalnego pola magnetycznego  $B = 15.5$  T oraz w temperaturze  $T = 0.4$  K metodą AC, w polach magnetycznych do  $B = 7$  T. Przy wykorzystaniu tych samych podłoży, zawierających studnie kwantowa SnTe o grubości 20 nm wykonano również nano-struktury pomiarowe, o nanometrowych szerokościach kanału przewodzącego, które będą omawiane w następnym rozdziale.

## 7.1 Wyniki pomiarów

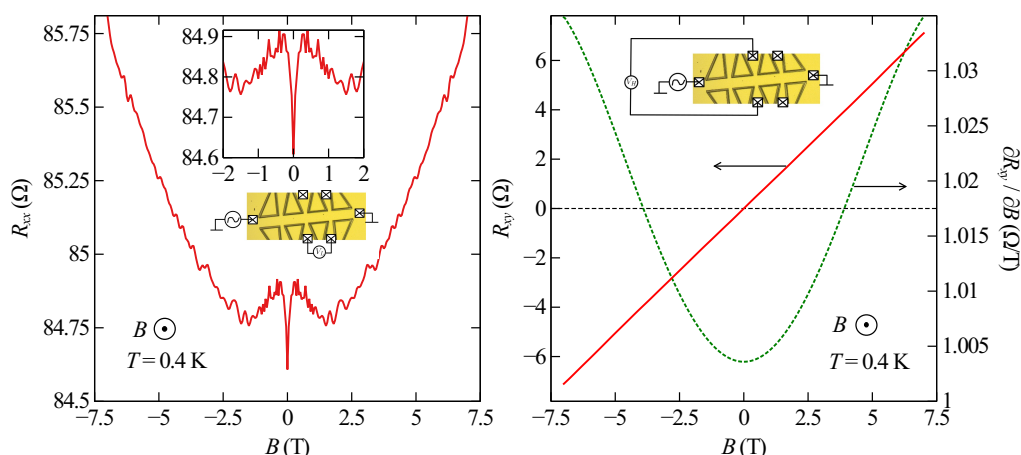
Wyniki pomiarów transportowych przeprowadzonych metodą DC w polach magnetycznych do  $\pm 15.5$  T przedstawiono na Rys. 7.1. Podobnie jak dla próbek makroskopowych wykonanych z warstw SnTe/PbTe, obserwujemy wzrost oporu do maksymalnych pól magnetycznych oraz kwantowy wkład do przewodnictwa (WAL) w temperaturze 2 K dla  $B \leq 2$  T. W porównaniu do warstw SnTe, badanych w poprzednim rozdziale, zmiana  $\Delta R_{xx}/R_0$  w pełnym zakresie pól magnetycznych jest większa. W związku z tym, wkład efektów kwantowych, związanych z interferencją funkcji falowej, jest słabiej widoczny. Jeśli chodzi o zmianę stałej Halla w funkcji pola  $B$ , przedstawione na Rys. 1, są one podobne do wyników uzyskanych poprzednio dla



**Rys. 7.1.** Magnetoopór  $R_{xx}$  (lewy panel) i opór Halla  $R_{xy}$  (prawy panel) w funkcji pola magnetycznego  $B$  dla makroskopowej próbki wykonanej ze studni kwantowej SnTe (20 nm), w temperaturze  $T = 2$  K. Wstawki pokazują konfiguracje pomiarowe oraz powiększony obszar słabych pól dla danych  $R_{xx}$ . Dla danych  $R_{xy}$  pokazano nachylenie krzywej (stałą Halla), które zmienia się w funkcji pola magnetycznego.

warstwy SnTe o grubości 10 nm. Przede wszystkim jednak należy zwrócić uwagę na mniejszy opór próbki wykonanej ze studni kwantowej ( $R_0 \approx 90 \Omega$ ) w porównaniu do analogicznej (20 nm) warstwy SnTe ( $R_0 \approx 1.6 \text{ k}\Omega$ ). Jest to zapewne związane z większą ruchliwością dziur w studni kwantowej.

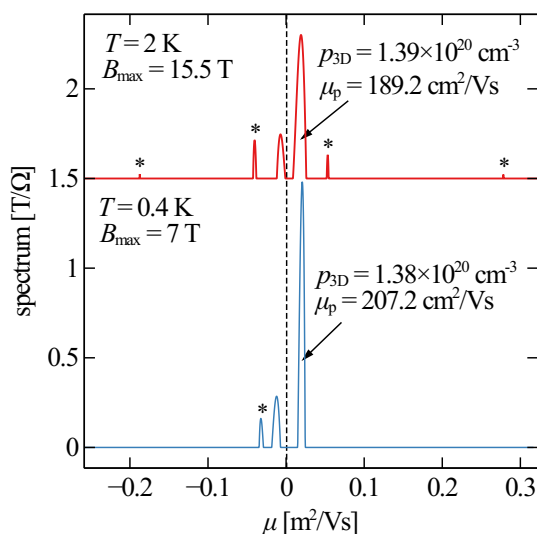
Wyniki pomiarów dla studni kwantowej przeprowadzonych metodą AC w polach magnetycznych do  $\pm 7$  T w temperaturze  $T = 0.4$  K przedstawiono na Rys. 7.2. W niższych temperaturach poprawki kwantowe do przewodnictwa próbki stają się znacznie wyraźniejsze. Oprócz wzrostu  $R_{xx}(B)$  w słabych polach magnetycznych, związanego ze słabą anty-lokalizacją (WAL), dla nieco silniejszych pól obserwujemy spadek oporu związany ze słabą lokalizacją (WL) nośników prądu. Obserwacji efektów kwantowych sprzyja nie tylko obniżenie temperatury próbki ale również niższe wzbudzenie prądowe, stosowane w metodzie AC. Obserwowane w całym zakresie zmienności  $B$  fluktuacje oporu, prawdopodobnie nie mają sensu fizycznego i są wynikiem stosunkowo dużych szumów pomiarowych. Przedstawione na rysunku krzywe  $R_{xx}(B)$  są symetryczne względem punktu  $B = 0$ , ponieważ dane zostały standardowo "symetryzowane" dla dwu kierunków pola magnetycznego i dwu kierunków jego zmiany (tzw. *sweep*).



**Rys. 7.2.** Magnetoopór  $R_{xx}$  (lewy panel) i opór Halla  $R_{xy}$  (prawy panel) w funkcji pola magnetycznego  $B$  dla makroskopowej próbki wykonanej ze studni kwantowej SnTe (20 nm), w temperaturze  $T = 0.4$  K. Wstawki pokazują konfiguracje pomiarowe oraz powiększony obszar słabych pól dla danych  $R_{xx}$ . Dla danych  $R_{xy}$  pokazano nachylenie krzywej (stałą Halla), które zmienia się w funkcji  $B$ .

## 7.2 Widmo ruchliwości

Aby zidentyfikować wkład topologicznych i objętościowych nośników do całkowitego przewodnictwa próbek wykonanych ze studni SnTe, przeprowadzono analizę widma ruchliwości (MSA) przy pomocy metodyki opisanej wcześniej dla warstw SnTe/PbTe. Wyniki przedstawiono na rys. 7.3. Zgodnie z oczekiwaniami, w widmach ruchliwości uzyskanych dla obu badanych temperatur dominuje maksimum związane z dziurami ( $\mu > 0$ ) zlokalizowanymi w studni kwantowej. Na podstawie parametru  $F$ , obliczonego dla tego pik, oszacowano koncentrację dziur objętościowych  $p_{3D} \approx 1.4 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  oraz ich ruchliwość  $\mu_p \approx 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , które zmieniały się nieznacznie w zakresie temperatur od 0.4 K do 2 K. Oprócz tego, dla obu temperatur na przedstawionych widmach widać istotny wkład kanału elektronowego ( $\mu < 0$ ), o niższej koncentracji i mniejszej ruchliwości ( $\mu_e \approx 100 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ). Ponieważ  $\mu_e < \mu_p$  słabszy pik "elektronowy" pik nie jest raczej związany ze stanami topologicznymi, zlokalizowanymi na interfejsach CdTe/SnTe. Być może jest to 2-wymiarowy kanał przewodnictwa związany raczej z utlenioną powierzchnią próbki (cap 100 nm CdTe), z transportem po wytrawionych ścianach struktury MESA lub z przewodnictwem samego "capu".

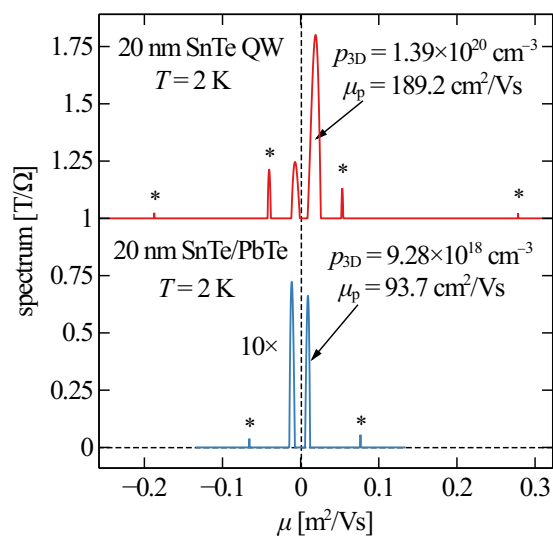


**Rys. 7.3.** Widma ruchliwości dla makroskopowej próbki wykonanej ze studni kwantowej SnTe (20 nm), obliczone dla temperatur  $T = 2$  K oraz 0.4 K. Dane dla wyższych temperatur (kolor czerwony) przesunięto wzdłuż osi pionowej o  $1.5$  T/Ω dla większej czytelności rysunku. Widmo i ruchliwość  $\mu$  przedstawiono w jednostkach SI, ponieważ pomiary zostały przeprowadzone dla różnych wartości maksymalnego pola magnetycznego  $B_{\max}$ . Dla obu temperatur zaznaczono koncentracje i ruchliwości odpowiadające dominującemu pikowi "dziurowemu".

Oprócz dwu dominujących maksimów, odpowiadającym nośnikom o stosunkowo niskiej ruchliwości, widmo otrzymane dla temperatury  $T = 2$  K zawiera również słabsze piki, oznaczone na rysunku 3, gwiazdkami. Jak widać, występują one parami po przeciwnych stronach punktu  $\mu = 0$  na osi ruchliwość, aż do wartości ok.  $+2800$  cm<sup>2</sup>/Vs. Zgodnie z dyskusją przeprowadzoną w poprzednim rozdziale, interpretujemy oznaczone gwiazdką linie widmowe jako związane z obecnością nośników topologicznych, tym razem na między-powierzchni CdTe/SnTe. W niskiej temperaturze ( $T = 0.4$  K) jest widoczny jedynie najsilniejszy "elektrono-podobny" pik tego typu, również oznaczony gwiazdką. Jest to być może związane z mniejszą rozdzielczością metody MSA, ponieważ w tym przypadku pomiary tensorów przewodnictwa zostały przeprowadzone do mniejszej maksymalnej wartości pola  $B_{\max} = 7.5$  T.

Na rysunku 7.4 porównano widmo przewodnictwa uzyskane dla studni kwantowej 20 nm SnTe w temperaturze  $T = 2$  K z analogicznymi danymi dla warstwy SnTe o tej samej grubości. Zgodnie z oczekiwaniami, koncentracja i ruchliwość dziur w studni są większe niż analogiczne parametry dla dziur w złączu SnTe/PbTe. To wyjaśnia dlaczego próbki SnTe, badane w tym

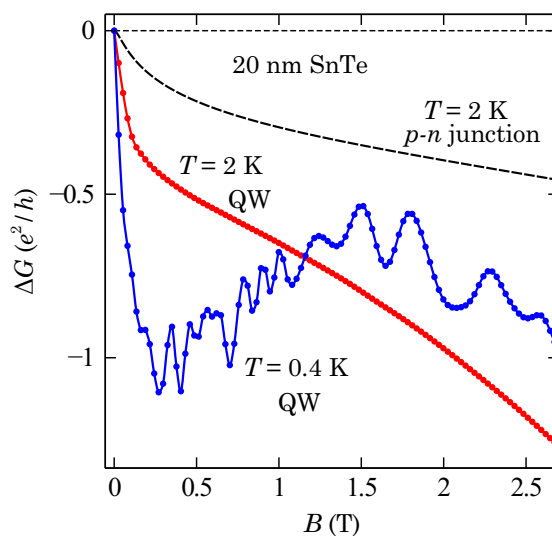




**Rys. 7.4.** Widma ruchliwości makroskopowej studni kwantowej SnTe (20 nm) i warstwy SnTe (20 nm) w temperaturze  $T = 2$  K. Dla czytelności rysunku, dane dla studni (kolor czerwony) przesunięto w górę o  $1 T/\Omega$  a widmo dla warstwy (kolor niebieski) wzmocniono 10 razy. Dla obu próbek zaznaczono koncentracje i ruchliwości odpowiadające dominującemu pikowi "dziurowemu".

rozdziale, charakteryzują się większym przewodnictwem. Ponadto, widmo ruchliwości uzyskane dla studni jest bogatsze niż w przypadku warstw. Dla złącza SnTe/PbTe obserwowano jedną parę symetrycznych pików, która została zinterpretowana jako związana z nośnikami topologicznymi znajdującymi się na poziomie Fermiego w pobliżu maksimum gęstości stanów. W przypadku studni kwantowej widoczne są dwie pary linii widmowych, co przypomina wyniki obliczeń teoretycznych, przedstawione na Rys. (6.8).

Może to sugerować, że dla topologicznych stanów powierzchniowych w studni CdTe/SnTe/CdTe poziom Fermiego znajduje się *poniżej* energii 70 meV, dla której obsadzane jest pasmo  $E_H$ , patrz wzór 4.7. Jest tak dlatego, ponieważ dla  $E_F > 70$  meV nośniki powierzchniowe poruszają się w polu magnetycznym po dwu kołowych hodografach w tym samym kierunku. Wtedy w widmie ruchliwości spodziewany się dwu linii widmowych, ale tego samego typu (dziurowych *lub* elektronowych), patrz rys. 4.4. Ostateczne konkluzje wymagają dalszych badań, ale wyniki uzyskane dla studni kwantowej potwierdzają obecność par symetrycznych pików w widmie SnTe, które były obserwowane wcześniej dla warstw tego materiału w złączach  $p$ - $n$ .

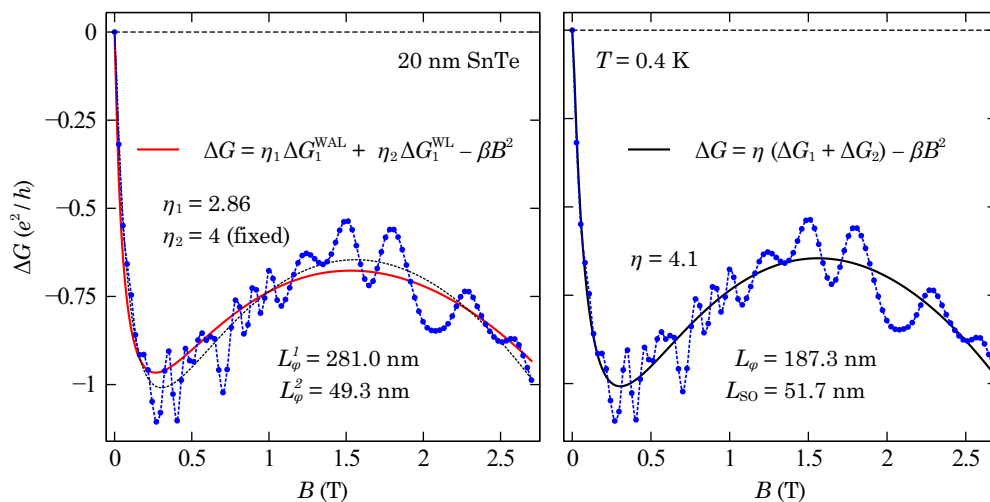


**Rys. 7.5.** Zmiana przewodnictwa  $G = 1/R_{xx}$  studni kwantowej (QW) dla pól magnetycznych  $B < 2.7 T$  w temperaturach  $T = 0.4 K$  (kolor niebieski) i  $2 K$  (kolor czerwony). Dla porównania pokazano również  $\Delta G$  dla warstwy SnTe o tej samej grubości 20 nm (linia przerywana).

### 7.3 Efekty kwantowe

Rysunek 7.5 przedstawia zmiany przewodnictwa  $\Delta G$  studni kwantowej, wywołane interferencją funkcji falowej nośników prądu w słabych polach magnetycznych. Dla porównania pokazano również analogiczne dane dla złącza SnTe/PbTe w temperaturze  $T = 2 K$ . Jak widać, w przypadku studni kwantowej zmiany przewodnictwa wywołane słabą anty-lokalizacją (WAL) są większe, silniejszy też wydaje się wkład dodatniego magneto-oporu dla  $B > 1 T$ , który można wyjaśnić większą ruchliwością dziur w porównaniu do złącza SnTe/PbTe. W temperaturze  $T = 0.4 K$  dla studni kwantowej obserwuje się od  $B = 0.3 T$  do  $1.5 T$  również wzrost przewodnictwa, najwyraźniej związany z efektem słabej lokalizacji (WL). Jak wyjaśniono wcześniej, widoczne w niskiej temperaturze fluktuacje przewodnictwa są najprawdopodobniej związane z szumami pomiarowymi, które nie do końca zostały uśrednione w procesie "symetryzacji".

Do analizy efektów słabej lokalizacji i anty-lokalizacji w studni kwantowej zastosowano, podobnie jak w rozdziale poprzednim, zmodyfikowany przez Assafa model Hikami-Larkin-Nagaoka (HLN). Wyniki pasowania modelu do danych eksperymentalnych dla temperatury  $T = 0.4 K$  pokazuje rysunek 7.6 Wyraźny wzrost przewodnictwa w zakresie od 0.5 do 1.5 T pokazuje, że



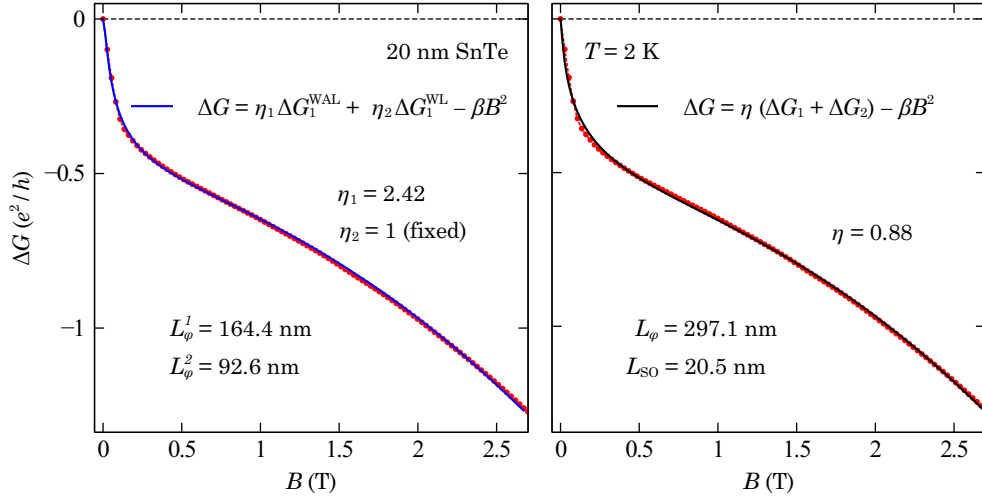
**Rys. 7.6.** Wyniki pasowania dwu wersji zmodyfikowanego modelu HLN (linie) do danych eksperymentalnych (linie i punkty) w temperaturze  $T = 0.4 \text{ K}$ . Zastosowano wzory (6.1,6.5), które podano również na rysunkach. Wynik pasowania do wzoru (6.1), przedstawiony an prawym panelu (linia ciągła), przedstawiono również na lewym panelu (linia przerywana) dla porównania

wkład pochodzący od słabej lokalizacji staje się znacznie silniejszy w niskich temperaturach. Podobnie jak w przypadku warstw SnTe, może on pochodzić od "zwykłych" dziur znajdujących się w studni kwantowej albo od nośników topologicznych, w których widmie pojawia się przerwa energetyczna, np. wywołana efektem Byczkova-Rashby. Ten ostatni przypadek pokazano na prawym panelu rysunku, gdzie dane eksperymentalne dopasowano do wzoru (6.1). Otrzymano parametr  $\eta = 4.1$ , którego wartość jest bliska teoretycznej wielkości  $\eta = 4$ , odpowiadającej liczbie stożków Diraca w strefie Brillouina. Jeśli w transporcie uczestniczą obie międzypowierzchnie CdTe/SnTe, możemy uzyskać nawet  $\eta_{\text{max}} = 8$ , jak wyjaśniono wcześniej. Z drugiej strony,  $\eta = 4$  odpowiada również liczbie elipsoid stałej energii dla nośników w studni, co może sugerować, że za słabą lokalizację odpowiadają "zwykłe" stany dziurowe.

Ten przypadek przedstawiono na lewym panelu rysunku 6. Dane eksperymentalne dopasowano do modelu, w którym poprawki kwantowe opisuje wzór

$$\Delta G = \eta_1 \Delta G_1^{\text{WAL}} + \eta_2 \Delta G_1^{\text{WL}}, (*) \quad (7.1)$$

gdzie  $\eta_1$  jest efektywną liczbą kanałów kwantowych dla stanów topologicznych a  $\eta_2$  dla stanów "trywialnych" w studni,  $\Delta G_1$  jest dana wzorem (6.2), przy czym parametr  $\alpha = -1/2$  (WAL) albo  $\alpha = +1$  (WL), tak jak poprzednio. Niestety, próby dopasowania czterech parametrów



**Rys. 7.7.** Wyniki dopasowania zmodyfikowanych modeli HLN (linie) do danych eksperymentalnych (linie i punkty) w temperaturze  $T = 2$  K. Zastosowano te same wzory co na rysunku 7.6. Wyniki pasowania poprawek kwantowych przedstawiono na obu panelach.

$(\eta_1, \eta_2, L_\varphi^1, L_\varphi^2)$  pokazały, że uzyskane wyniki silnie zależą od zastosowanych w procedurze numerycznej wartości początkowych. W związku z tym przyjąłem  $\eta_2 = 4$ , co odpowiada liczbie elipsoid stałej energii dla stanów w studni kwantowej. Wyniki pasowania pozostałych trzech parametrów pokazano na rysunku. W szczególności otrzymano  $\eta_1 = 2.86$  co sugeruje, że liczba efektywnych kanałów kwantowych dla stanów topologicznych jest zmniejszona, jednak ta redukcja jest mniejsza niż dla warstw SnTe/PbTe. Na lewym panelu rysunku pokazano również wyniki pasowania z prawego panelu, które wydają się nieco lepiej odpowiadać danym eksperymentalnym. Biorąc jednak pod uwagę duże fluktuacje sygnału mierzonego metodą AC w niskich temperaturach, trudno ocenić, który model lepiej odpowiada rzeczywistości.

Dane otrzymane dla temperatury  $T = 2$  K, przedstawione na rysunku 7.7, sugerują raczej, że za obserwowaną słabą lokalizację (WL) odpowiedzialne są stany dziurowe w studni kwantowej. Do dopasowania danych do modelu HLN zastosowano te same procedury co dla  $T = 0.4$  K. Wykorzystanie wzoru (6.1) prowadzi do efektywnej liczby kanałów kwantowych mniejszej niż 1 i nie daje dobrej zgodności danych z modelem HLN dla słabych pól magnetycznych  $B < 0.5$  T (patrz prawy panel). Poza tym, długość koherencji  $L_\varphi$  jest większa niż dla niskich temperatur, co jest nie do zaakceptowania. Znacznie lepsze wyniki daje zastosowanie wzoru (\*) przy ustalonej wartości  $\eta_2 = 1$  (lewy panel). Jakość dopasowania w słabych polach jest znacznie lepsza, otrzymana wartość  $L_\varphi^1$  jest mniejsza niż dla  $T = 0.5$  K, tak jak być powinno. Nie można tego powiedzieć

o parametrze  $L_\varphi^2$ , ale biorąc pod uwagę gorsze dopasowanie do danych doświadczalnych w silniejszych polach, można to uznać za wynik rozrzutu parametrów numerycznych.

## 7.4 Wnioski

Analiza spektrum ruchliwości (MSA) przeprowadzona dla studni CdTe/SnTe/PbTe potwierdziła wyniki uzyskane wcześniej dla heterozłącza PbTe/SnTe. W otrzymanych widmach, oprócz pików związanych z nośnikami pasmowymi, zaobserwowano dwie pary znacznie słabszych linii widmowych, mających charakter dziurowy i elektronowy oraz rozłożonych w przybliżeniu symetrycznie wokół punktu  $\mu = 0$ . Te charakterystyczne pary pików zostały zinterpretowane jako spektrum ruchliwości nośników zajmujących pojedyncze pasmo topologiczne, z poziomem Fermiego znajdującym się w paśmie L ( $E_F < 70$  meV).

Obliczenia przeprowadzone za pomocą zmodyfikowanego modelu HLN sugerują, że za efekty słabej lokalizacji (WL) są odpowiedzialne stany dziurowe w studni kwantowej, natomiast za słabą anty-lokalizację (WAL) odpowiadają nośniki topologiczne znajdujące się na międzypowierzchni CdTe/SnTe. Liczba przewodzących kanałów kwantowych  $\eta_1$  jest zredukowana w stosunku do wartości maksymalnej z powodu rozproszeń nieelastycznych i możliwych oddziaływań między-powierzchniowych, przy czym w zakresie temperatur od 0.4 K do 2 K parametr  $\eta_1$  zmienia się niewiele, od 2.86 do 2.42.

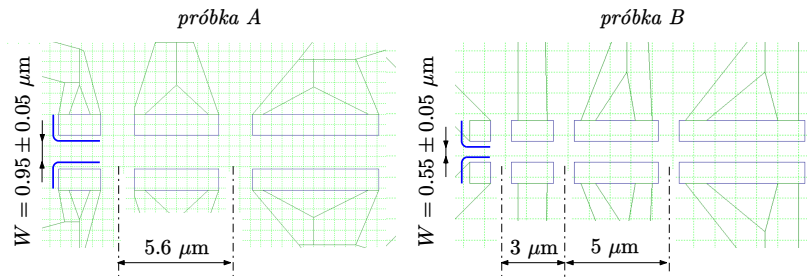


# Nano-struktury CdTe/SnTe/CdTe

W niniejszym rozdziale zostaną zaprezentowane wyniki pomiarów nanostruktur wykonanych na studniach kwantowych CdTe/SnTe/CdTe, których własności elektryczne omówiono poprzednio. Badania były przeprowadzane wyłącznie metodą AC w układzie kriogenicznym He-3, prąd zmienny zawierał się w granicach od ok. 1 nA do 140 nA. Pomiary wykonano w temperaturach od 0.240 K do 1.5 K i w polach magnetycznych do 7 T. Dane nie były symetryzowane jak w pomiarach tensorów przewodnictwa, były jedynie uśredniane po przebiegach pola magnetycznego "w górę" i "w dół". Próbki o wymiarach  $5 \times 5$  mm były mocowane do 12-pinowych podstawek używanych w kriostacie. Połączenia elektryczne wykonywano ze złotego drutu o średnicy 0.05 mm. Początkowo był on klejony do kontaktów na próbce za pomocą pasty srebrnej. Na późniejszym etapie kontakty były lutowane za pomocą indu. Oprócz standardowych pomiarów w konfiguracji Halla przeprowadzono badania w tzw. konfiguracjach nielokalnych. Dodatkowo w wybranych konfiguracjach wykonano pomiary zmian oporu w funkcji *stałego* prądu (do ok. 3  $\mu$ A) płynącego przez próbkę.

## 8.0.1 Opis badanych nano-struktur

Struktury submikronowe wykonano w tzw. konfiguracji hallowskiej, wykorzystując podłoża nr 131-15 oraz 113-17, które zawierały studnie kwantowe SnTe o grubości 20 nm i były zabezpieczone warstwą 100 nm CdTe (*cap*). Studnie wykonano w tym samym czasie, przy wykorzystaniu tych samych parametrów wzrostu. Procedury litograficzne służące do nanostrukturyzacji opisano w rozdziale 5.1, gdzie zamieszczono również zdjęcia wszystkich wykonanych próbek. Pomiary elektryczne przeprowadzono na dwu nano-strukturach (próbki *A* i *B*) wykonanych przy wykorzystaniu podłoża nr 131-15. Wymiary i geometrie badanych struktur pokazano na Rys.8.1.



**Rys. 8.1.** Projekty litograficzne służące do naświetlenia próbek A i B, badanych w pracy. Zaznaczono wymiary krytyczne takie jak odległości między kontaktami oraz ostateczne (fizyczne) szerokości  $W$  kanałów pomiarowych. Niebieskie linie symbolizują zwężenie litograficznej szerokości kanału na skutek procesów chemicznego trawienia, którego wpływ oszacowano na podstawie zdjęć optycznych i AFM

Próbka A miała litograficzną szerokość  $W_0 = 1.6 \mu\text{m}$  oraz całkowitą długość  $L = 15.2 \mu\text{m}$ . Odległość między dwiema parami kontaktów napięciowych wynosiła  $L_1 = 5.6 \mu\text{m}$ . Próbka B miała trzy pary kontaktów napięciowych, odległych o  $L_2 = 3 \mu\text{m}$  oraz  $L_3 = 5 \mu\text{m}$ . Całkowita długość próbki B wynosiła  $L = 16 \mu\text{m}$  a jej szerokość litograficzna  $W_0 = 1.0 \mu\text{m}$ . Jak opisano w rozdziale 5.1, wzór litograficzny został przeniesiony na podłoże za pomocą chemicznego trawienia przy użyciu roztworu  $\text{Br}_2$  w glikolu etylenowym. Na podstawie zdjęć z mikroskopu AFM oszacowano, że głębokość trawienia wynosiła  $d_{\text{traw}} = 280 \pm 20 \text{ nm}$ . Ponieważ proces ten zachodził w przybliżeniu izotropowo, fizyczne szerokości próbek były mniejsze niż  $W_0$  i wynosiły  $W \approx 0.95 \mu\text{m}$  oraz  $W \approx 0.55 \mu\text{m}$  odpowiednio dla próbek A i B, patrz Rys.8.1. Szerokość  $W$  dla próbki A oszacowano na podstawie zdjęć z mikroskopu optycznego. Dla obu struktur kanał przewodzący był skierowany wzdłuż kierunku krystalograficznego  $[100]$  (lub  $[010]$ ), który z kolei był równoległy do krawędzi próbki.

## 8.0.2 Ogólna charakterystyka wyników

Pomiary transportu kwantowego w nano-strukturach przeprowadzono w zakresie temperatur od 0.240 K do 1.5 K przy wykorzystaniu kriostatu Heliox-VL za pomocą metody zmiennoprądowej, zgodnie z opisem zawartym w rozdziale 5.2.1. Makroskopowe kontakty elektryczne wykonano pastą srebrną, analogicznie jak dla niektórych makroskopowych struktur hallowskich, opisanych w rozdziale 6. Niestety część kontaktów (w przypadku obu struktur A i B) wykazywała w niskich temperaturach znaczne opory, rzędu kilku megaohmów. W związku z tym, nie wszystkie konfiguracje sond napięciowych i prądowych były możliwe do zbadania. Aby poprawić jakość



kontaktów, w szczególności tych wysokooporowych, wykonano je ponownie przy pomocy lutowania indem. W niektórych przypadkach dało to pożądaną efekt ale procedura odgrzania, ponownego wykonania kontaktów i ponownego schłodzenia do temperatur kriogenicznych wpłynęła też na zmianę właściwości samych próbek.

Generalnie stwierdzono, że niskotemperaturowe własności elektryczne nano-struktur *różnią się znacznie* od własności próbek makroskopowych. Jak wynika z pomiarów przedstawionych w poprzednim rozdziale opór właściwy badanych studni kwantowych SnTe (o grubości 20 nm) wynosi  $R_{\square} \approx 100 \Omega$ . W związku z tym dla mikroskopowej próbki *A* spodziewamy się między kontaktami napięciowymi oporu  $R_1 \approx 600 \Omega$ , po uwzględnieniu czynników czysto geometrycznych. Podobnie, dla struktury *B* spodziewamy się oporu  $R_3 \approx 900 \Omega$  pomiędzy kontaktami odległymi o  $L_3 = 5 \mu\text{m}$ . Tymczasem mierzone opory zawierały się w granicach od kilkuset omów do kilkudziesięciu k $\Omega$ . Może to sugerować, że fizyczne szerokości kanałów przewodzących, związanych z dziurami zlokalizowanymi w studni kwantowej, były z powodu nieporządku znacznie mniejsze od szerokości *W* wytrawionej w materiale podłoża. Dane, otrzymane dla próbek o dużych oporach, sugerowały obecność przewodnictwa krawędziowego. Ponadto zaobserwowano, że nie były spełnione zależności Onsagera, to znaczy opór mierzony w danej konfiguracji zmienił się gdy zamieniono sondy prądowe z napięciowymi. Wskazuje to na obecność efektów nieliniowych. Te niestandardowe cechy transportu elektrycznego w nano-strukturach SnTe przypisujemy obecności nośników topologicznych na granicach studni kwantowej oraz zmianom ich struktury pasmowej, związanej ze zmniejszeniem wymiarowości układu.

### 8.0.3 Kwantyzacja wymiarowa stanów topologicznych

Jak opisano w rozdziale wstępnym 3.2, w strukturach nisko-wymiarowych spodziewamy się kwantyzacji przestrzennej stanów kwantowych, związanej z ograniczeniem periodyczności układu w jednym z kierunków. W przypadku drutów kwantowych tworzą się poprzeczne poziomy energetyczne, których odległość rośnie wraz ze zmniejszaniem się fizycznej szerokości drutu *W*. Taką kwantyzację przestrzenną można obliczyć na podstawie znajomości hamiltonianu  $\mathcal{H}(\mathbf{p})$ , gdzie  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$  jest *quasi*-pędem układu dwu-wymiarowego. Przydatnym narzędziem do numerycznych obliczeń stanów energetycznych w drutach kwantowych jest program *Kwant* [61], który dyskretyzuje ciągły hamiltonian układu zastępując go macierzą  $\mathcal{H}_{ij}$  zdefiniowaną na skończonej siatce o wymiarach  $W \times L$ . Siatka składa się z węzłów odległych o skok *a* i może być "podłączona" do pół-nieskończonych (tzn. periodycznych) kontaktów zewnętrznych. Zaletą programu jest to, że *a* można wybrać znacznie większe (np. 10 nm) niż odległość między atomami

danego materiału. Dzięki temu można dokonać obliczeń realnych struktur, o szerokościach rzędu setek nanometrów, znacznie szybciej niż przy użyciu np. metody ciasnego wiązania.

Do dyskretyzacji hamiltonianu  $\mathcal{H}(\mathbf{p})$ , program *Kwant* wykorzystuje metodę *różnic skończonych*. Na przykład, dla pasm parabolicznych w hamiltonianie pojawiają się człony proporcjonalne do  $p^2$ , a więc do drugiej pochodnej, którą można zapisać jako

$$\psi_i'' = \frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{a^2} \quad (8.1)$$

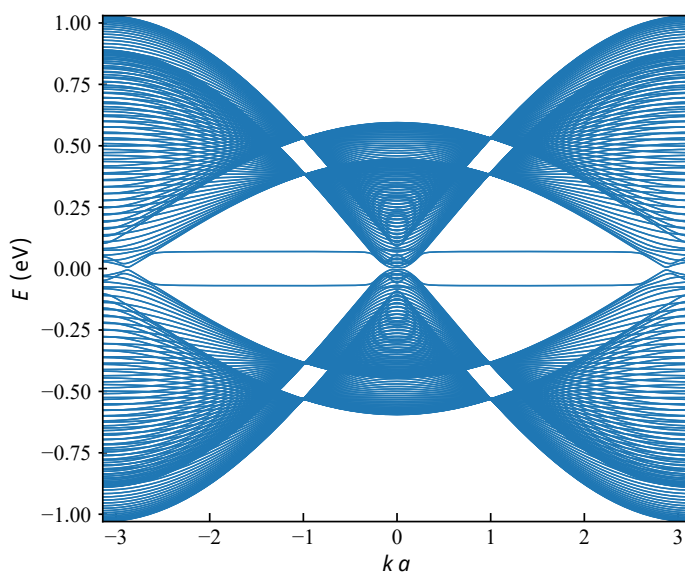
gdzie  $\psi_i$  jest funkcją falową w  $i$ -tym węźle siatki. Natomiast w przypadku fermionów Diraca, dla których mamy dyspersję liniową  $\mathcal{H}(\mathbf{p}) \propto \mathbf{p}$ , występują człony różnicowe

$$\psi_i' = \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2a} \quad (8.2)$$

które opisują *pierwszą* pochodną funkcji falowej. Taka dyskretyzacja jest jednak nieprawidłowa, ponieważ w wynikach obliczeń pojawia się dodatkowa "fałszywa" granica strefy Brillouina, położona w punktach  $\pm\pi/2a$ . Ten problem numeryczny nazywa się *podwajaniem fermionów* (tzw. *fermion doubling*) i jest mu poświęcona bogata literatura, szczególnie w kontekście obliczeń nanostruktur grafenowych [62, 63].

Rozwiązanie problemu podwajania fermionów dla stanów topologicznych w SnTe, które są opisane hamiltonianem (patrz 4.7), zaproponowano w pracy (Śliwa, Wróbel *przygotowana do druku*) [64]. Poniżej przedstawiono zależności dyspersyjne  $E(k)$  obliczone dla drutów kwantowych skierowanych wzdłuż kierunku [100] (lub równoważnego [010]), które wykonano ze studni kwantowej prostopadłej do kierunku [001]. Obliczenia przeprowadzono przy wykorzystaniu pakietu *Kwant* oraz skryptów w języku *Python* udostępnionych przez autorów cytowanej pracy.

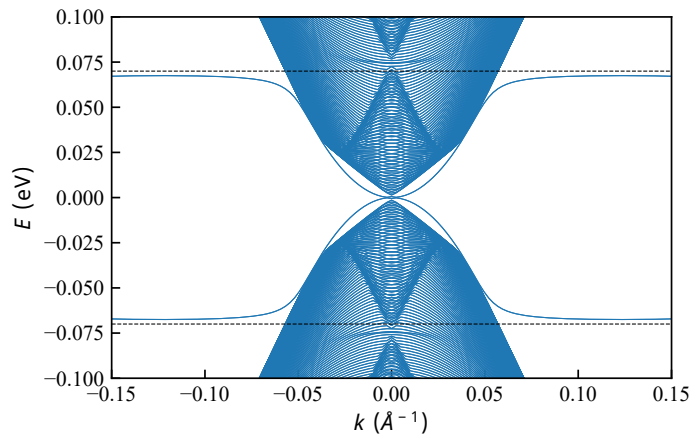
Rysunek 8.2 przedstawia zależność dyspersyjną dla stanów topologicznych w kanale o szerokości  $W = 50$  nm. W pełnej 1-wymiarowej strefie Brillouina ( $-\pi \leq ka \leq \pi$ ) widzimy skwantowane przestrzennie poziomy energetyczne, których kształt przypomina rzuty na kierunek [100] podwójnych stożków Diraca, występujących w 2-wymiarowej strefie Brillouina w punktach  $\bar{X}_1$  i  $\bar{X}_2$  (patrz 4.3). Dodatkowo wyniki wykazały obecność dwóch dwukrotnie zdegenerowanych *plaskich* stanów energetycznych, których energia  $E \approx \pm 70$  meV praktycznie *nie zależy* od *quasi-pędu*  $k$  i parametru  $a$ . Ponieważ w obliczeniach wektor *quasi-pędu* zawierał się w granicach  $\pm\pi/a$ , krzywizna pozostałych pasm zmieniała się w zależności od skoku siatki. Testy numeryczne pokazały jednak, że dla małych energii  $E \lesssim 0.1$  eV oraz małych wektorów falowych  $k \lesssim 0.15 \text{ \AA}^{-1}$ , wyniki zależały wyłącznie od całkowitej szerokości kanału kwantowego  $W = Na$ . Wybór parametru  $a$  nie miał istotnego wpływu na energie pasm dla małych wartości *quasi-pędu*  $k$ , pod warunkiem że skok siatki nie przekraczał ok. 10 nm.



**Rys. 8.2.** Zależność dyspersyjna skwantowanych poziomów energetycznych dla stanów topologicznych w drucie SnTe o szerokości  $W = 50$  nm, obliczona dla skoku siatki  $a = 5$  nm,  $E$  oznacza energię pasm,  $k$  to *quasi*-pęd nośników wzdłuż kierunku drutu kwantowego

Rysunek 8.3 przedstawia dyspersję 1-wymiarowych pasm topologicznych dla małych energii i małych wartości wektora falowego  $k$ , obliczoną dla kanału o szerokości  $W = 400$  nm, a więc zbliżonej do rozmiaru nanostruktur badanych w eksperymencie. Jak wynika z obliczeń, pojawianie się płaskich pasm (tzw. *flat bands*) o energii  $|E| \approx 70$  meV jest niezależne od szerokości kanału natomiast wartość  $|E|$  odpowiada parametrowi  $m$  w modelowym hamiltonianie dla stanów topologicznych (001) [4]. Dla tej energii, na tle innych pasm stykają się stożki Diraca pochodzące od stanów  $E_L$  i  $E_H$ , (patrz [4]). A zatem, bezdyspersyjne poziomy energetyczne niejako łączą tego typu punkty Diraca, które są położone w różnych miejscach strefy Brillouina. W otoczeniu punktu  $k = 0$  energia płaskich poziomów maleje i zbliżają się one do punktu Diraca w którym stykają się stany  $E_L$  o dodatniej i ujemnej energii ( $E = 0$ ).

Obliczenia funkcji falowej stanów jednowymiarowych wykazały, że funkcja falowa płaskich pasm jest silnie zlokalizowana na *przeciwległych brzegach* kanału kwantowego [64]. Lokalizacja ta zachodzi na głębokości rzędu kilku stałych siatki  $a$ . W związku z tym spodziewamy się, że z obecnością stanów bezdyspersyjnych w widmie drutów kwantowych SnTe będzie związany transport krawędziowy. Ponadto, dla  $k \lesssim 0.07 \text{ \AA}^{-1}$  prądy brzegowe zaczynają przesuwać się do środka próbki, ich szerokość rośnie i odległość między nimi maleje a następnie stykają się one i



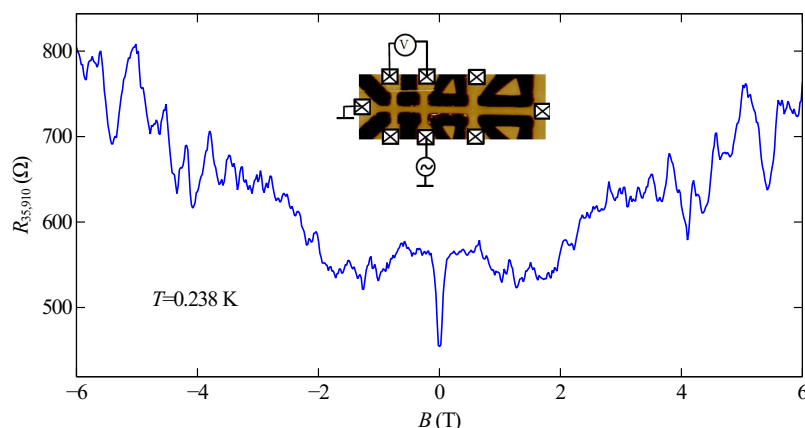
**Rys. 8.3.** Zależność dyspersyjna dla małych  $k$  w kanale o szerokości  $W = 400$  nm, obliczona dla skoku siatki  $a = 10$  nm. Przerywane poziome linie odpowiadają energiom  $E = \pm 70$  meV

znikają dla  $k = 0$ .

Obecność płaskich pasm, łączących różne punkty Diraca została wcześniej przewidziana m.in. dla wąskich kanałów wykonanych z grafenu [65] oraz dla stopni atomowych na powierzchni PbSnTe [66, 67]. W obu przypadkach obliczenia wykonano za pomocą *przybliżenia ciasnego wiązania* (TBA), w którym uwzględniono realną strukturę atomową badanych materiałów. Ostatnio, również metodą TBA, obliczono dyspersję stanów elektronowych w drutach kwantowych SnTe o przekroju kwadratowym i powierzchniach odpowiadających płaszczyznom (001) i (011) [68]. W obu przypadkach stwierdzono obecność w przerwie energetycznej stanów o niewielkiej dyspersji, które dla konfiguracji (001) były silnie zlokalizowane na powierzchni próbki. Wyniki pracy [68] wydają się potwierdzać wnioski z opisanych powyżej obliczeń, opartych na modelowym hamiltonianie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [4].

#### 8.0.4 Wyniki dla kanałów niskooporowych

Jak już wspomniano, mierzone opory kanałów przewodzących w próbkach A i B, zawierały się w granicach od kilkuset omów do kilkudziesięciu  $k\Omega$ . W związku z tym należy uznać, że w transporcie ładunku w kanałach *niskooporowych* brały udział zarówno dziury zlokalizowane w studni kwantowej jak i nośniki topologiczne. Na rysunku 8.4 pokazano zależność oporu próbki B od pola magnetycznego, która była badana na kontaktach napięciowych odległych o  $L = 3 \mu\text{m}$ . Biorąc pod uwagę czynnik geometryczny  $L/W$  należy się zatem spodziewać wartości  $R \approx 550 \Omega$ ,



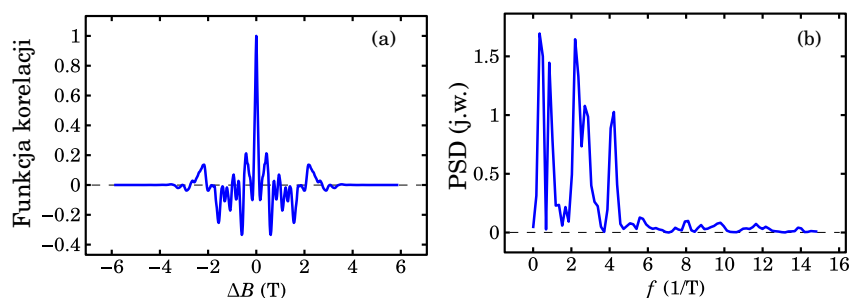
**Rys. 8.4.** Opór próbki B w funkcji pola magnetycznego dla temperatury  $T = 0.238$  K. Konfiguracja kontaktów pomiarowych zaznaczona na rysunku, kontakty – pasta srebrna, prąd pomiarowy  $I_{AC} \approx 1.4$  nA

która rzeczywiście była bliska wartości mierzonej, a uwzględniając wąskie minimum dla  $B = 0$ , nawet mniejsza.

Wąskie minimum obserwowane dla  $B \lesssim 0.1$  T przypomina szerokością minima mierzone dla dużych próbek, związane ze słabą anty-lokalizacją nośników topologicznych. Wydaje się zatem, że wzrost oporu w słabych polach magnetycznych, widoczny na rysunku, jest również związany z efektem WAL. Zwraca jednak uwagę duża głębokość obserwowanego dla  $B = 0$  minimum, która sięga 20% oporu całkowitego.

Dla wyższych pól magnetycznych, obserwowane są w całym zakresie powtarzalne fluktuacje oporu elektrycznego, które mają również bardzo dużą amplitudę. Przypominają one uniwersalne fluktuacje przewodnictwa (UCF) obserwowane w niskich temperaturach dla próbek mezoskopowych w przypadku transportu dyfuzyjnego. Na rysunku 8.5a pokazano tzw. funkcję korelacji, którą standardowo stosuje się do analizy uniwersalnych fluktuacji przewodnictwa.

Jak wyjaśniono we wstępie 3.1, z szerokości połówkowej  $2\Delta B_c$  tej symetrycznej funkcji można oszacować długość koherencji  $L_\phi$ . W naszym przypadku  $\Delta B_c = 0.06$  T, skąd otrzymaliśmy  $L_\phi \approx 260$  nm, co jest w dobrej zgodności z wartością  $L_\phi^1$  dla nośników topologicznych w studni SnTe, oszacowaną wcześniej dla mikrostruktur na podstawie badania efektu słabej anty-lokalizacji w temperaturze  $T = 0.4$  K. Należy jednak pamiętać, że w przypadku gdy  $L_\phi < L$  amplituda uniwersalnych fluktuacji przewodnictwa  $G = 1/R$  powinna być *zmniejszona* o



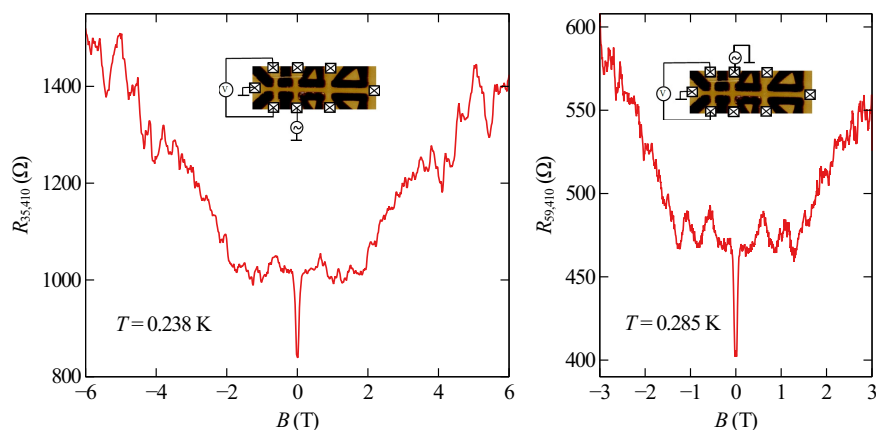
**Rys. 8.5.** Funkcja korelacji (a) oraz PSD - widmowa gęstość mocy (b), obliczone dla fluktuacji oporu przedstawionych na rysunku 8.4 metodą transformaty Fouriera (FFT),  $\Delta B$  przesunięcie pola magnetycznego,  $f$  częstość oscylacji.

czynnik  $(L_\phi/L)^{3/2}$  3.3.

Tymczasem, większość oscylacji przewodnictwa przedstawionych na rys.8.4 ma bardzo dużą amplitudę  $\delta G \gtrsim e^2/h$ . Oznacza to, że znaczne zmiany oporu, obserwowane w niskich temperaturach w funkcji pola magnetycznego *nie mogą* być zinterpretowane jako fluktuacje wynikające wyłącznie z interferencji funkcji falowej elektronu lub dziury. Potwierdza to kształt widma fourierowskiego, które jest przedstawione na rysunku 8.5b. Dla niskich częstości widać wyraźnie piki widmowe, które świadczą o *quasi*-periodycznym przebiegu oscylującej części magnetooporu. Uważamy, że mechanizm obserwowanych oscylacji jest analogiczny do efektu Szubnikowa-de Hasa w drutach kwantowych i wynika z populacji/depopulacji poziomów jednowymiarowych, pokazanych na rysunku 8.3, w funkcji pola magnetycznego.

Powtarzalne fluktuacje oporu o dużej amplitudzie i bardzo zbliżonym kształcie są również obserwowane dla pomiarów w *konfiguracji hallowskiej*, pokazanych na rysunku 8.6. Wyniki w tej konfiguracji są bardzo zaskakujące ponieważ spadek napięcia mierzony na kontaktach położonych naprzeciwko siebie jest *większy* niż na poprzednim rysunku, gdy tymczasem powinien być znacznie mniejszy, z powodu spodziewanego niewielkiego napięcia asymetrii, wynikającego z geometrii próbki. Wyniki sugerują, że pomiaru w obu konfiguracjach dokonano na tym samym fragmencie kanału kwantowego, którego własności zależą tylko od konfiguracji kontaktów prądowych. Potwierdzają to wyniki pokazane z prawej strony rysunku 8.6. Wielkość i kształt magnetooporu mierzonych *na tych samych* sondach hallowskich uległa zmianie, gdy jeden z kontaktów prądowych przeniesiono na górną krawędź próbki.

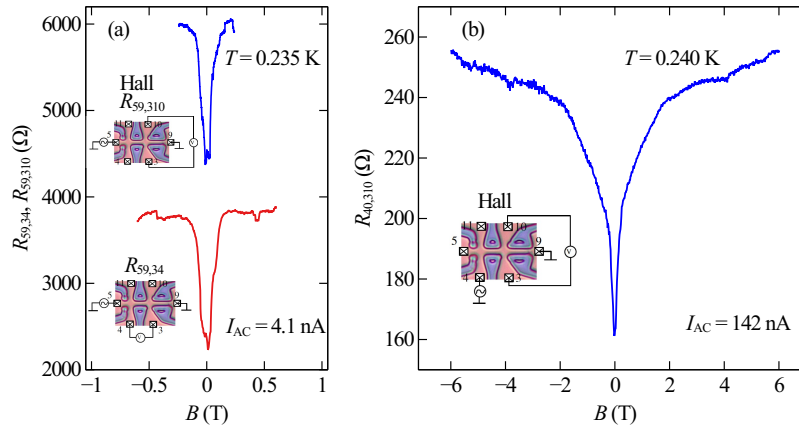
Pomiary dokonane na próbce A potwierdzają te nietypowe wyniki. Na rysunku 8.7a porównano przewodnictwo i napięcie Halla mierzone w słabych polach magnetycznych dla kanału o niskim oporze rzędu kilku kiloomów, a więc o oporze zbliżonym do wartości wynikającej z geometrii



**Rys. 8.6.** Opór hallowski próbki B w funkcji pola magnetycznego dla temperatury dwu różnych konfiguracji prądowych kontaktów pomiarowych zaznaczonych na rysunkach, kontakty – pasta srebrna, prąd pomiarowy  $I_{AC} \approx 1.4$  nA (lewy panel);  $I_{AC} \approx 1.16$  nA (prawy panel).

próbki. Podobnie jak dla próbki B obserwujemy głębokie minimum oraz stwierdzamy, że napięcie mierzone na sondach hallowskich może być *większe* od napięcia przewodnictwa, mimo że pomiary są prowadzone na tym samym kanale prądowym, patrz Rys. 8.7a. Ponadto, napięcie Halla zależy od konfiguracji odległych kontaktów zasilających, co ilustruje rysunek 8.7b. Zmiana kontaktu z końca próbki na jeden z kontaktów napięciowych, znajdujący się przy dolnej krawędzi spowodowała znaczny spadek napięcia Halla. Podobną zależność zaobserwowano dla struktury B, porównaj Rys.8.6.

Podsumowując, transport kwantowy w nano-strukturach SnTe wykazuje bardzo nietypowe własności w niskich temperaturach. Uważamy, że dadzą się one wyjaśnić obecnością co najmniej *trzech kanałów transportu*, które są niejednorodnie rozłożone w poprzek szerokości kontaktów prądowych i napięciowych. Oprócz dziur w studni kwantowej i nośników topologicznych na interfejsach SnTe/CdTe, mamy najwyraźniej do czynienia z przewodnictwem krawędziowym, związanym ze stanami o małej dyspersji, patrz Rys. 8.3. W związku z tym, opór  $R_{ij,kl}$  dla danej konfiguracji należy obliczać nie na podstawie geometrii próbki i modelu transportu dyfuzyjnego, ale korzystając z formuły Landauera-Buttikera, w której występują współczynniki transmisji między kanałami kwantowymi (patrz 3.2).

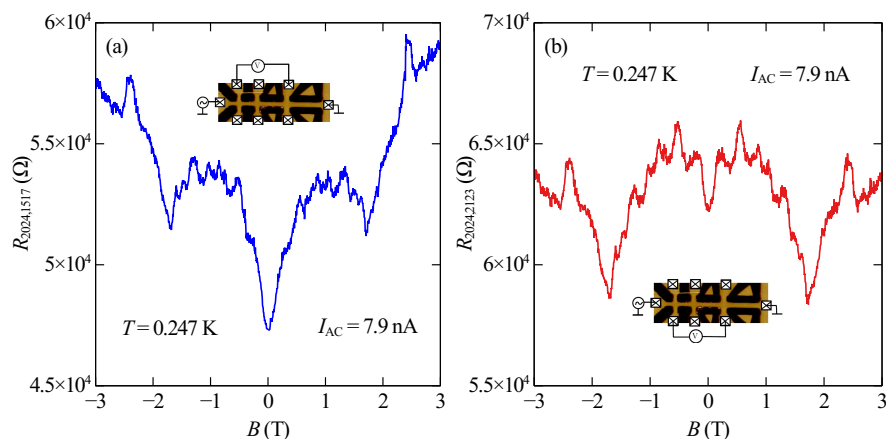


**Rys. 8.7.** (a) Opór przewodnictwa i opór Halla próbki A dla słabych pól magnetycznych. (b) Opór Halla dla tych samych sond napięciowych ale innej konfiguracji kontaktów prądowych. Wszystkie kontakty makroskopowe – pasta srebrna.

### 8.0.5 Wyniki dla kanałów wysokooporowych

Jak już wspomniano, opory kanałów kwantowych (kontaktów) wykazywały znaczne różnice, nawet w tej samej próbce. Co więcej, zmieniały się one w kolejnych cyklach, po odgrzaniu do temperatury pokojowej i ponownym schłodzeniu nano-struktury. Przykład takiej zmiany pokazano na rysunku 8.8. Jak widać, opór między sondami odległymi o  $L = 8 \mu\text{m}$  wynosi obecnie kilkadziesiąt kiloomów. Również opór dla kanału długości  $L = 3 \mu\text{m}$  wzrósł w tym cyklu pomiarowym do ok.  $63 \text{ k}\Omega$ . W związku z tym uważamy, że w transporcie biorą udział przede wszystkim nośniki topologiczne, w tym krawędziowe i wpływ dziur znajdujących się w studni kwantowej jest nieistotny. Świadczy o tym różnica w wartościach oporu kanału  $L = 8 \mu\text{m}$ , mierzonych na górnej i dolnej parze sond napięciowych, patrz Rys. 8.8. Również kształt zależności  $R_{ij,kl}(B)$  jest inny w obu przypadkach, ale amplituda i położenie *quasi*-periodycznych oscylacji są bardzo zbliżone. Może to potwierdzać, że wynikają one z populacji/depopulacji poziomów jednowymiarowych, podobnie jak w kanałach niskooporowych. Z drugiej strony minimum oporu dla  $B = 0$  jest szersze i względnie płytsze, co może oznaczać że fizyczna szerokość kanału związanego z nośnikami topologicznymi na interfejsie SnTe/CdTe jest znacznie mniejsza.



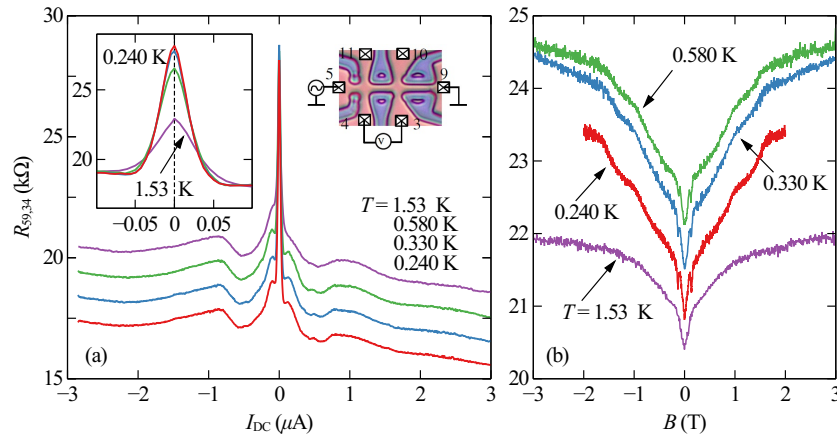


**Rys. 8.8.** (a) Opór struktury B mierzony na górnej krawędzi próbki (b) To samo dla sond napięciowych usytuowanych przy dolnej krawędzi. Wszystkie kontakty makroskopowe lutowane indem.

### 8.0.6 Zależność od temperatury

Niewielka dyspersja pasma energetycznego przewidywana dla prądów krawędziowych powoduje, że energia stanów elektronowych (lub dziurowych) bardzo słabo lub wcale nie zależy od *quasi*-momentu  $k$ . Oznacza to, że liczona od dna pasma energia Fermiego  $E_F$ , która jest proporcjonalna do energii kinetycznej nośników ładunku, jest bardzo mała. W związku z tym parametr  $\alpha$ , równy stosunkowi średniej energii potencjalnej oddziaływania elektron-elektron do średniej energii kinetycznej cieczy elektronowej, może przyjmować bardzo duże wartości dla kanałów brzegowych. Jak wyjaśniono we wstępie 3.3, parametr ten określa siłę efektów korelacyjnych i jest proporcjonalny do  $m^*/\epsilon_s$ , gdzie  $m^*$  jest masą efektywną a  $\epsilon_s$  oznacza stałą dielektryczną. Dla płaskich pasm  $m^* \rightarrow \infty$  dlatego  $\alpha$  może być bardzo duże. Ponadto, gdy stany związane z takim pasmem znajdują się na powierzchni lub na krawędzi struktury, redukcja  $\alpha$  wywołana przez dużą stałą dielektryczną może być znacznie mniejsza niż dla stanów zlokalizowanych wewnątrz materiału.

W związku z tym, wydaje się interesujące zbadanie niezależnie wpływu temperatury sieci  $T_L$  i temperatury gazu elektronowo/dziurowego  $T_e$  na nietypowy transport, obserwowany dla nano-struktur SnTe. W tym celu przeprowadzono pomiary oporów różniczkowych kanałów kwantowych  $R_{ij,kl} = dV_{kl}/dI_{ij}$  w funkcji temperatury od  $T = 0.240$  K do  $T = 1.53$  K oraz w zależności od stałego napięcia  $V_{kl}$  w zakresie od  $V_{DC} = -50$  mV do  $V_{DC} = +50$  mV. W badaniu



**Rys. 8.9.** (a) Opór dla struktury A mierzony w funkcji prądu stałego  $I_{DC}$  dla różnych temperatur  $T$ . Krzywe dla  $T > 0.240$  K są przesunięte w górę ze skokiem 1 kΩ. Wstawka pokazuje zakres małych prądów (bez przesunięcia wzdłuż osi  $y$ ) (b) Zależność od pola magnetycznego  $B$  i temperatury dla  $V_{AC} = 510 \mu V$  i  $V_{DC} \approx 700 \mu V$ . Wykresy dla  $T = 0.330$  K i  $T = 0.580$  K są przesunięte w górę o odpowiednio 0.5 kΩ i 1 kΩ. Kontakty makroskopowe lutowane indem.

wykorzystano próbkę A, w której wymieniono kontakty wykonane z pasty srebrnej na kontakty lutowane za pomocą indu. Dzięki temu, opór niektórych z nich znacznie się zmniejszył i praktycznie całe stałe napięcie źródło-dren odkładało się na kanałach kwantowych. Pomiar przeprowadzono w obu kierunkach zmiany napięcia  $-50 \text{ mV} \leftrightarrow +50 \text{ mV}$ . Pomijając szumy, obie krzywe praktycznie się pokrywały, wyjątkiem była niewielka histereza obserwowana w najniższych temperaturach dla konfiguracji hallowskiej przy  $|V_{DC}| \lesssim 0.5 \text{ mV}$ . Wyniki przedstawiono w formie  $R_{ij,kl}(I_{DC})$ , gdzie  $I_{DC}$  jest prądem stałym płynącym przez kanał kwantowy, który wyznaczano na podstawie otrzymanych charakterystyk ( $I$ - $V$ ). Krzywe na rysunkach pokazują dane uśrednione po obu kierunkach zmiany napięcia  $V_{DC}$ .

Rysunek 8.9 przedstawia dane otrzymane w konfiguracji pomiaru oporu wzdłuż długości próbki. Jak widać, wzrost oporu kanału kwantowego w kolejnym cyklu pomiarowym obserwowany jest również dla próbki A. Co więcej, obserwujemy znaczny spadek tego oporu w funkcji stałego napięcia przyłożonego do kontaktów prądowych. Przypomina to tzw. *zero bias anomaly* (ZBA), obserwowaną często w metalicznych kontaktach punktowych [69]. W naszym przypadku może być ona związana z obecnością bariery tunelowej między 2-wymiarowymi nośnikami w szerokich częściach próbki a kanałami krawędziowymi przewodzącymi prąd w centralnej części struktury. Zależność wysokości takiej bariery od napięcia źródło-dren mogłaby wyjaśniać

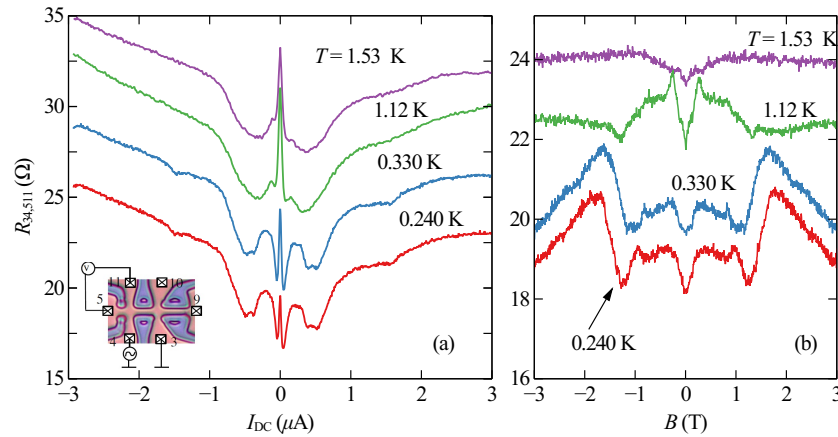
obecność anomalii. Wysokość pików oporu dla  $I_{DC} = 0$  maleje z temperaturą, co pokazuje wstawka do rysunku (a). Ponadto dla obu kierunków wyższych prądów ( $I_{DC} > 50$  nA) obserwuje się najpierw mniejsze maksima a potem szerokie minima oporu, dla  $I_{DC} \approx 0.5 \mu\text{A}$ . W zakresie niskich temperatur kształt tej w przybliżeniu symetrycznej zależności zmienia się nieznacznie, dopiero dla  $T = 1.53$  K mniejsze maksima ulegają rozmyciu.

Na rysunku 8.9(b) przedstawiono zależność oporu badanego kanału kwantowego od pola magnetycznego, zmierzoną dla tych samych temperatur. Podobnie jak poprzednio, obserwujemy stosunkowo płytkie i szerokie minimum oporu dla słabych pól magnetycznych. W porównaniu z danymi dla próbki B, nie obserwuje się jednak wyraźnych *quasi*-periodycznych oscylacji oporu, które przypisywano populacji/depopulacji poziomów jednowymiarowych w funkcji pola magnetycznego. Możliwe, że wynika to z większej szerokości próbki A, a co za tym idzie z mniejszych (w skali energii) odległości między stanami skwantowanymi przestrzennie. Mimo to, w niskich temperaturach widoczny jest wąski pik, dla  $B \approx \pm 0.1$  T, a następnie dwa płytkie minima dla silniejszych pól, których położenie nie zależy od temperatury, maleje jedynie ich amplituda. Być może są to efekty wymiarowe związane z geometrią próbki.

### 8.0.7 Efekt Gurzhi

Pomijając wąski pik związany z ZBA, zależności oporu różniczkowego  $R(I_{DC})$  przedstawione na rysunku 8.9 przypominają zamieszczony w rozdziale 2 wykres 3.6, pochodzący z pracy [19]. W naszych danych obserwujemy również niewielki wzrost a potem spadek i minimum oporu, które, podobnie jak autorzy cytowanej pracy, interpretujemy jako efekt Gurzhi, opisany w rozdziałach wstępnych 3.3.2. Hydrodynamiczny przepływ ładunków, który odpowiada za obserwowane minimum, nie może zachodzić dla dziur znajdujących się w studni kwantowej. Jak oszacowano z analizy MSA, ich droga swobodna  $\ell_h \approx 20$  nm  $\ll W \approx 950$  nm, w związku z tym dla tych nośników mamy do czynienia z transportem dyfuzyjnym. W przypadku kanałów wysokooporowych, jak wyjaśniono powyżej, może dominować transport związany z nośnikami topologicznymi zajmującymi znacznie mniejszą szerokość  $W_t < W$  z powodu lokalizacji na krawędziach struktury. Ponadto spodziewamy się, że droga swobodna dla nośników brzegowych  $\ell_t > \ell$  dzięki ochronie topologicznej i dlatego może być spełniony warunek  $\ell_t > W_t$ . Co więcej, w paśmie o małej dyspersji rozpraszania (*e-e*) są bardzo częste i droga swobodna  $\ell_{ee}$  może być najmniejszą skalą długości  $\ell_{ee} < W_t$ . W tych warunkach możliwa jest obserwacja efektu Gurzhi.

Obecność zjawisk związanych z przepływem hydrodynamicznym potwierdzają badania oporu różniczkowego, przeprowadzone na innych fragmentach wysokooporowych kanałów kwantowych. Rysunek 8.10(a) przedstawia wyniki pomiarów  $R_{34,511}(I_{DC})$ , a więc dokonane w tzw.

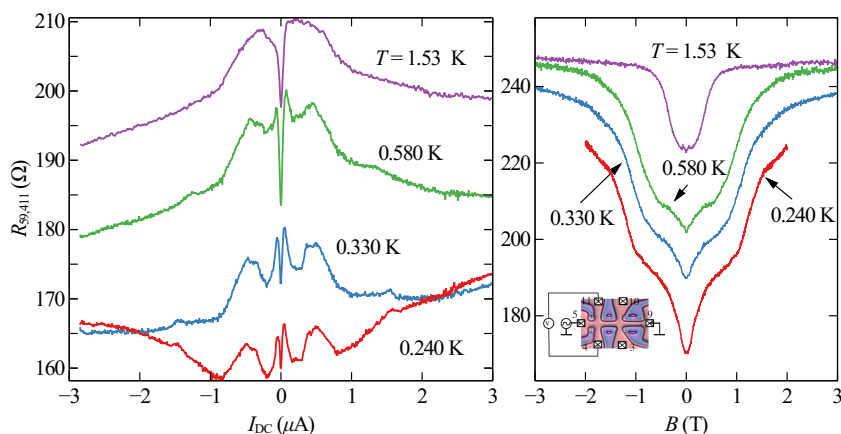


**Rys. 8.10.** (a) Opór dla struktury A mierzony w konfiguracji nielokalnej (patrz wstawka). Krzywe dla temperatur  $T > 0.240$  K są przesunięte w górę ze skokiem  $2.5 \Omega$ . (b) Zależność od pola magnetycznego  $B$  i temperatury dla  $V_{AC} = 510 \mu\text{V}$  i  $V_{DC} \approx 700 \mu\text{V}$ . Wykres dla  $T = 0.330$  K jest przesunięty w górę o  $1 \Omega$ . Kontakty makroskopowe lutowane indem.

konfiguracji nielokalnej, w której sondy napięciowe znajdują się poza kanałem prądowym.

Podobnie jak dla pomiarów przeprowadzonych w konfiguracji przewodnictwa, również w konfiguracji nielokalnej obserwowano tzw. *zero bias anomaly* (ZBA), przy czym wysokość i szerokość tego anomalnego pików była znacznie mniejsza. Różnica może być związana z tym, że rolę kontaktów prądowych pełnią w tej konfiguracji sondy (3) i (4). W każdym razie, wyraźniej widać efekty, które przypisujemy przepływowi hydrodynamicznemu. Początkowy wzrost oporu w funkcji prądu może być związany ze wzrostem temperatury gazu fermionowego w reżimie przepływu Knudsen. Dla wyższych temperatur sieci, ten wzrost oporu zanika, obserwuje się natomiast poszerzające się minimum, związane z efektem Gurzhi.

Trudno natomiast stwierdzić, czy nietypowa zależność badanego oporu różniczkowego od pola magnetycznego, przedstawiona rysunku 8.10(b), ma związek z przepływem hydrodynamicznym. Obserwujemy relatywnie silne i symetryczne w funkcji pola oscylacje, których położenie i kształt wyraźnie zmieniają się, poczynając od najniższych badanych temperatur. Dlatego nie są one najprawdopodobniej związane z geometrią próbki, ogniskowaniem magnetycznym lub kwantyzacją wymiarową. Silna zależność od temperatury mogła by wskazywać na efekty związane z lepkością cieczy fermionowej, ale interpretacja obserwowanych krzywych wymaga dalszych badań.

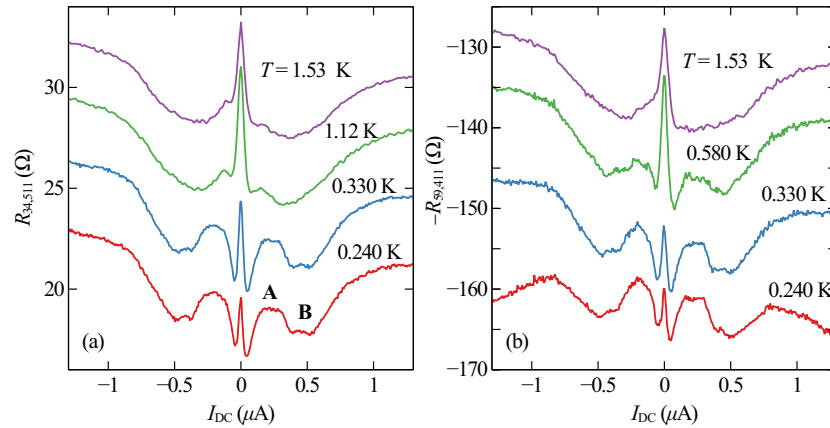


**Rys. 8.11.** (a) Opór dla struktury A mierzony w konfiguracji hallowskiej (patrz wstawka). Krzywe dla temperatur  $T > 0.330$  K są przesunięte w górę o  $10 \Omega$ . (b) Zależność od pola magnetycznego  $B$  i temperatury dla  $V_{AC} = 510 \mu V$  i  $V_{DC} \approx 700 \mu V$ . Wykresy dla temperatur  $T > 0.240$  K są przesunięte w górę ze skokiem  $10 \Omega$ . Kontakty makroskopowe lutowane indem.

Przedstawione dotychczas wyniki były otrzymane dla sond napięciowych, umieszczonych po tej samej stronie kanału kwantowego. Na rysunku 8.11 pokazano opór różniczkowy mierzony w konfiguracji hallowskiej, w której kontakty (5) i (9) pełniły ponownie rolę sond prądowych, natomiast do pomiaru napięcia użyto kanałów (4) i (11), ulokowanych po przeciwnych stronach struktury. Podczas uśredniania krzywych uwzględniono niewielką histerezę, obserwowaną w pobliżu  $V_{DC} = 0$ .

Zależność oporu od pola magnetycznego i temperatury, przedstawiona na rysunku (b), przypomina wyniki uzyskane dla sond napięciowych (3) i (4), umieszczonych przy tej samej krawędzi próbki. Potwierdza to wcześniejsze wnioski dotyczące roli prądów krawędziowych w procesie pojawiania się napięcia Halla, które powinny być analizowane przy użyciu formalizmu Landauera-Buttikera. Natomiast zależność oporu od prądu stałego płynącego przez próbkę wydaje się być w *przeciw-fazie* do wyników uzyskanych w konfiguracji nielokalnej i pomiarach przewodnictwa. Bardzo wyraźnie widać to na rysunku 8.12.

Na panelu (a) przedstawiono jeszcze raz wyniki pomiarów oporu różniczkowego w konfiguracji nielokalnej, tym razem w węższym zakresie prądów  $I_{DC}$ . Obok, na panelu (b) pokazano analogiczne krzywe dla konfiguracji hallowskiej, ale wartości oporu są tam wzięte ze znakiem *minus*. Pomiary w obu konfiguracjach nie były wykonywane jednocześnie ponieważ wykorzystywano *różne sondy* prądowe, ale mimo to jest między nimi uderzające podobieństwo.

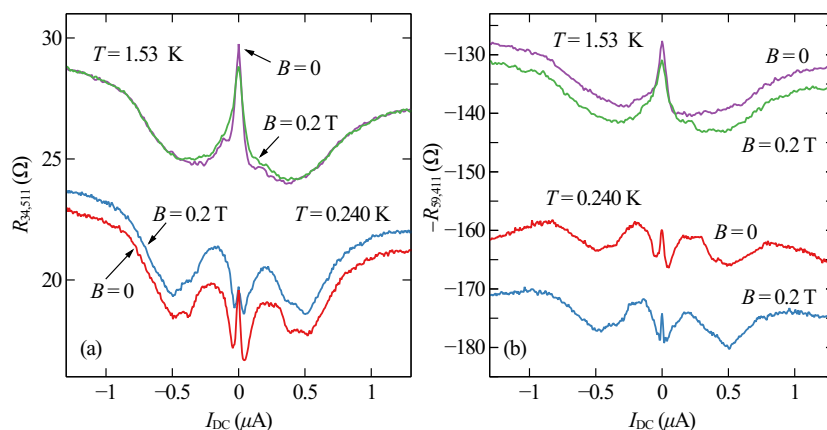


**Rys. 8.12.** (a) Opór mierzony w konfiguracji nielokalnej. Krzywe dla temperatur  $T > 0.240$  K są przesunięte w górę ze skokiem  $2.5 \Omega$ . (b) Opór w konfiguracji hallowskiej, pokazany ze znakiem minus. Wykresy dla temperatur  $T > 0.240$  K są przesunięte w górę ze skokiem  $20 \Omega$ . Kontakty makroskopowe lutowane indem.

Wyniki przypominają również rysunek 3.7, gdzie przedstawiono dane dla dwu-sondowej mikrostruktury grafenowej. W niskich temperaturach widać tam również niewielki pik ZBA a następnie maksimum, dla naszych danych oznaczone jako **A**. Odpowiada ono temperaturze gazu elektronowego dla której  $\ell_{ee} \approx W_l$ . Dla wyższych temperatur sieci to maksimum znika i obserwuje się tylko szersze minimum (oznaczone **B**), związane z efektem Gurzhi. Ponieważ opisane zjawiska wiążą się z oddziaływaniem lepkiej cieczy fermionowej z brzegami kanału przewodzącego, w konfiguracji hallowskiej, w której sondy są po przeciwnych stronach próbki, obserwowane zmiany być może mogą mieć przeciwny znak.

Przedstawione pomiary były możliwe dzięki wykonaniu niskooporowych kontaktów omowych za pomocą lutowania indem. Ponieważ w badanym zakresie temperatur metal ten jest nadprzewodzący, zależności  $R_{ij,kl}(I_{DC})$  badano również w prostopadłym do próbki stałym polu magnetycznym  $B = 0.2 \text{ T} \gg B_c$ , gdzie  $B_c = 0.03 \text{ T}$  jest polem krytycznym indu. Wybrane wyniki pomiarów przedstawiono na Rys. 8.13.

Porównanie z wynikami uzyskanymi dla zerowego pola magnetycznego pokazuje, że badana zależność oporu różniczkowego od prądu płynącego przez kanał kwantowy, praktycznie się nie zmienia, co oznacza że pojawienie się maksimum **A** i minimum **B** nie jest związane z obecnością nadprzewodzącej przerwy energetycznej w kontaktach makroskopowych. W polu magnetycznym maleje natomiast wysokość anomalnego piku (ZBA). Może to sugerować, że



**Rys. 8.13.** (a) Opór mierzony w konfiguracji nielokalnej dla pola magnetycznego  $B = 0$  i  $B = 0.2$  T w wybranych temperaturach. Krzywa dla  $T = 1.53$  K jest przesunięta w górę o  $4 \Omega$ . (b) To samo w konfiguracji hallowskiej (ze znakiem minus). Wykres dla  $T = 1.53$  K jest przesunięty w górę o  $60 \Omega$ . Kontakty makroskopowe lutowane indem.

jego obecność jest związana z interferencją funkcji falowej lub z kwantowym tunelowaniem przez barierę.

Podsumowując, w wysokooporowych kanałach kwantowych SnTe obserwowano nietypowe zależności oporu różniczkowego, mierzonych wzdłuż i w poprzek struktury. Interpretowano je jako związane z transportem zachodzącym przy udziale nośników topologicznych, których widmo energetyczne było skwantowane w związku z redukcją wymiarowości układu. Uzyskane dane sugerują że w badanych nano-strukturach poziom Fermiego  $|E_F| \lesssim 70$  meV i że w przepływie prądu biorą udział nośniki zlokalizowane na bocznych krawędziach kanału przewodzącego. Przy tym założeniu, uzyskane dane dotyczące zależności oporu od prądu stałego, płynącego przez próbkę, zostały zinterpretowane jako obserwacja efektu Gurzhi, związanego z hydrodynamicznym przepływem cieczy fermionowej. Wcześniej efekt ten był obserwowany dla mikrostruktur wykonanych z heterozłącza AlGaAs/GaAs oraz dwu-sondowych struktur grafenowych.





## Podsumowanie

Izolatory topologiczne (TI) to materiały, które paradoksalnie nigdy nie są izolatorami. Nawet jeśli w objętości próbki nie ma nośników prądu, jej powierzchnia zawsze przewodzi prąd elektryczny. Prąd przepływa wtedy przez bezprzerwowe stany topologiczne, które mają strukturę pasmową podobną do fermionów Diraca z wewnętrznym momentem magnetycznym (spinem) sprzężonym z kierunkiem ruchu. Co więcej, symetria struktury pasmowej wymaga, aby stany pozostawały niezdegenerowane spinowo i aby przerwa energetyczna pozostawała zamknięta, niezależnie od topologii powierzchni granicznej. W konsekwencji, bezpośrednie rozpraszanie wsteczne jest zabronione co powoduje, że transport powierzchniowy ma unikalne własności. Dość często zdarza się jednak, że wewnątrz materiału również przewodzi prąd, a przewodnictwo stanów nietopologicznych przeważa nad wkładem bezprzerwowym fermionów Diraca.

W związku z tym narzędziem do wykrywania charakterystycznej tekstury spinowej nośników topologicznych są poprawki kwantowe do przewodnictwa, związane z interferencją fal elektronowych. Niestety, metoda ta może dawać niejednoznaczne wyniki dla studni kwantowych, gdzie podobne poprawki kwantowe są przewidywane również dla "zwykłych" elektronów lub dziur. W niniejszej pracy pokazano, że pomiary klasycznego transportu w wysokich polach magnetycznych mogą jednoznacznie ujawnić obecność stanów topologicznych na powierzchni (001) półprzewodnika SnTe. To nowe podejście metodologiczne opiera się na numerycznych rozwiązaniach równania Boltzmann'a i tak zwanej analizie widma ruchliwości (MSA) wyników teoretycznych i danych eksperymentalnych.

W metodzie MSA zakłada się, że klasyczne składowe tensora przewodnictwa są wyrażone jako całki z wyrazów typu Drudego pomnożone przez ciągłą funkcję ruchliwości, zwaną widmem ruchliwości. Zazwyczaj oddzielne piki widmowe są interpretowane jako obecność elektronów w paśmie przewodnictwa, dziur w paśmie walencyjnym lub odrębnych kanałów transportowych w

strukturach warstwowych. W pracy pokazano, że piki podobne do elektronów i dziur, obserwowane zarówno dla heterozłącza SnTe/PbTe jak i studni kwantowych CdTe/SnTe/CdTe, pochodzą z wklęsłych i wypukłych części powierzchni stałej energii pojedynczego pasma topologicznego. Tak skomplikowana dynamika nośników prowadzi do bogatego spektrum ruchliwości, które silnie zależy od energii.

Wyniki przedstawione w pracy pokazują, że wzór widmowy, składający się z kilku pików podobnych do elektronów i dziur zlokalizowanych w określonych pozycjach, jest unikalny dla bezprzerwowych stanów powierzchniowych przy danej energii. Dlatego analiza widma ruchliwości (MSA) zapewnia charakterystyczny "odcisk palca" nośników topologicznych i w następnym kroku może być wykorzystana do "tomografii" 2-wymiarowej powierzchni Fermiego w innych materiałach topologicznych.

Znając nietypowy kształt powierzchni Fermiego można postawić pytanie, jak dwu-wymiarowa dyspersja stanów topologicznych zmienia się, gdy ruch nośników zostanie ograniczony tylko do jednego wymiaru. Druga część dysertacji jest poświęcona badaniom *quasi*-jednowymiarowych nanostruktur wykonanych metodą litografii elektronowej ze struktur epitaksjalnych CdTe/SnTe/CdTe. W kanałach kwantowych o szerokościach rzędu kilkuset nanometrów obserwowano nietypowe zależności oporu różniczkowego, mierzonego wzdłuż i w poprzek struktury. Interpretacja uzyskanych danych opierała się na wynikach obliczeń stanów energetycznych w drutach kwantowych SnTe, skierowanych wzdłuż kierunku [100].

Obliczenia sugerują, że w widmie stanów jednowymiarowych, niezależnie od szerokości kanału, pojawiają się płaskie pasma (tzw. *flat bands*) o energii  $|E| \approx 70$  meV. Ponadto obliczenia pokazały, że funkcja falowa tych pasm jest silnie zlokalizowana na *przeciwnych brzegach* kanału kwantowego. W związku z tym spodziewamy się, że z obecnością stanów bezdyspersyjnych w widmie drutów kwantowych SnTe będzie związany transport krawędziowy. Przedstawione w pracy wyniki transportu kwantowego rzeczywiście sugerują, że dla badanych nano-struktur w przepływie prądu biorą udział nośniki zlokalizowane na bocznych krawędziach kanału przewodzącego.

Przy tym założeniu dodatkowe dane, dotyczące zależności oporu od prądu stałego płynącego przez próbkę, zostały zinterpretowane jako obserwacja efektu Gurzhi, związanego z hydrodynamicznym przepływem cieczy fermionowej. Wcześniej efekt ten był obserwowany dla mikrostruktur wykonanych z heterozłącza AlGaAs/GaAs oraz dwu-sondowych struktur grafenowych. Wydawałoby się, że stop (Pb.Sn)Te jest najgorszym kandydatem do badania zjawisk związanych z korelacjami elektron-elektron z powodu małej masy efektywnej nośników i bardzo dużej stałej dielektrycznej. Jednak w pasmach bezdyspersyjnych energia kinetyczna znika, a

---

lokalizacja na krawędziach eliminuje efekt ekranowania. Potwierdzenie obecności płaskich pasm w drutach kwantowych SnTe wymaga dalszych badań teoretycznych i eksperymentalnych.



# Bibliografia

- [1] M. Z. Hasan i C. L. Kane, „Colloquium: Topological insulators”, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045–3067 (2010).
- [2] L. Fu, „Topological Crystalline Insulators”, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 106802 (2011).
- [3] W. A. Beck i J. R. Anderson, „Determination of electrical transport properties using a novel magnetic field dependent Hall technique”, *Journal of Applied Physics* **62**, 541–554 (1987).
- [4] J. Liu, W. Duan i L. Fu, „Two types of surface states in topological crystalline insulators”, *Phys. Rev. B* **88**, 241303 (2013).
- [5] J. W. McClure, „Diamagnetism of Graphite”, *Phys. Rev.* **104**, 666–671 (1956).
- [6] R. N. Gurzhi, „HYDRODYNAMIC EFFECTS IN SOLIDS AT LOW TEMPERATURE”, *Soviet Physics Uspekhi* **11**, 255 (1968).
- [7] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering (Cambridge University Press, 1995).
- [8] S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics* (WORLD SCIENTIFIC, 2012).
- [9] H. van Houten, *Physics and Technology of Submicron Structures*, red. H. Heinrich (Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1988).
- [10] A. Ramon, M. Heiblum i H. Shtrikman, „Fabrication and characterization of mesoscopic wires in GaAs”, *Semiconductor Science and Technology* **8**, 2176–2183 (1993).
- [11] T. Ihn, *Semiconductor Nanostructures: Quantum states and electronic transport* (Oxford University Press, list. 2009).
- [12] P. A. Lee i T. V. Ramakrishnan, „Disordered electronic systems”, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287–337 (1985).
- [13] Y. A. Bychkov i E. I. Rashba, „Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers”, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **17**, 6039–6045 (1984).

- [14] S. Hikami, A. I. Larkin i Y. Nagaoka, „Spin-Orbit Interaction and Magnetoresistance in the Two Dimensional Random System”, *Progress of Theoretical Physics* **63**, 707–710 (1980).
- [15] B. N. Narozhny, „Hydrodynamic approach to two-dimensional electron systems”, *La Rivista del Nuovo Cimento* **45**, 661–736 (2022).
- [16] J. Spalek, *Wstęp do fizyki materii skondensowanej* (2016).
- [17] A. Lucas i K. C. Fong, „Hydrodynamics of electrons in graphene”, *Journal of Physics: Condensed Matter* **30**, 053001 (2018).
- [18] Y. Huang, Q. Yu, Q. Chen i R. Wang, „Viscosity of liquid and gaseous helium-3 from 3mK to 500K”, *Cryogenics* **52**, 538–543 (2012).
- [19] M. J. M. de Jong i L. W. Molenkamp, „Hydrodynamic electron flow in high-mobility wires”, *Phys. Rev. B* **51**, 13389–13402 (1995).
- [20] D. A. Bandurin, I. Torre, R. K. Kumar, M. B. Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. H. Auton, E. Khestanova, K. S. Novoselov, I. V. Grigorieva, L. A. Ponomarenko, A. K. Geim i M. Polini, „Negative local resistance caused by viscous electron backflow in graphene”, *Science* **351**, 1055–1058 (2016).
- [21] X.-L. Qi i S.-C. Zhang, „Topological insulators and superconductors”, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057–1110 (2011).
- [22] I. A. S. Yu. I. Ravich B. A. Efimova, *Semiconducting Lead Chalcogenides*, red. L. S. S. bans (Springer New York, NY, 1970).
- [23] T. H. Hsieh, H. Lin, J. Liu, W. Duan, A. Bansil i L. Fu, „Topological crystalline insulators in the SnTe material class”, *Nature Communications* **3**, 982 EP - (2012).
- [24] Y. Tanaka, T. Shoman, K. Nakayama, S. Souma, T. Sato, T. Takahashi, M. Novak, K. Segawa i Y. Ando, „Two types of Dirac-cone surface states on the (111) surface of the topological crystalline insulator SnTe”, *Phys. Rev. B* **88**, 235126 (2013).
- [25] B. M. Askerov, *Electron Transport Phenomena in Semiconductors* (WORLD SCIENTIFIC, 1994).
- [26] P. Dziawa, B. J. Kowalski, K. Dybko, R. Buczko, A. Szczerbakow, M. Szot, E. Lusakowska, T. Balasubramanian, B. M. Wojek, M. H. Berntsen, O. Tjernberg i T. Story, „Topological crystalline insulator states in Pb<sub>1-x</sub>Sn<sub>x</sub>Se”, *Nature Materials* **11**, 1023 EP - (2012).

- [27] S.-Y. Xu, C. Liu, N. Alidoust, M. Neupane, D. Qian, I. Belopolski, J. D. Denlinger, Y. J. Wang, H. Lin, L. A. Wray, G. Landolt, B. Slomski, J. H. Dil, A. Marcinkova, E. Morosan, Q. Gibson, R. Sankar, F. C. Chou, R. J. Cava, A. Bansil i M. Z. Hasan, „Observation of a topological crystalline insulator phase and topological phase transition in  $\text{Pb}_{1-x}\text{Sn}_x\text{Te}$ ”, *Nature Communications* **3**, 1192 EP - (2012).
- [28] D. Hsieh, Y. Xia, L. Wray, D. Qian, A. Pal, J. H. Dil, J. Osterwalder, F. Meier, G. Bihlmayer, C. L. Kane, Y. S. Hor, R. J. Cava i M. Z. Hasan, „Observation of Unconventional Quantum Spin Textures in Topological Insulators”, *Science* **323**, 919 (2009).
- [29] O. A. Pankratov, „Understanding surface states of topological insulators”, *Physics-Uspekhi* **61**, 1116 (2019).
- [30] K. Dybko, M. Szot, A. Szczerbakow, M. U. Gutowska, T. Zajarniuk, J. Z. Domagała, A. Szewczyk, T. Story i W. Zawadzki, „Experimental evidence for topological surface states wrapping around a bulk SnTe crystal”, *Phys. Rev. B* **96**, 205129 (2017).
- [31] M. Altissimo, „E-beam lithography for micro-nanofabrication”, *Biomicrofluidics* **4**, litografia elektronowa, 026503 (2010).
- [32] A. A. Tseng, Kuan Chen, C. D. Chen i K. J. Ma, „Electron beam lithography in nanoscale fabrication: recent development”, *IEEE Transactions on Electronics Packaging Manufacturing* **26**, 141–149 (2003).
- [33] Y. Chen, „Nanofabrication by electron beam lithography and its applications: A review”, *Microelectronic Engineering* **135**, 57–72 (2015).
- [34] K. Dybko, G. Mazur, W. Wolkanowicz, M. Szot, P. Dziawa, J. Domagała, M. Wiater, T. Wojtowicz, G. Grabecki i T. Story, „Probing spatial extent of topological surface states by weak antilocalization experiments”, *arXiv preprint arXiv:1812.08711* (2018).
- [35] M. Majewicz, D. Śnieżek, T. Wojciechowski, E. Baran, P. Nowicki, T. Wojtowicz i J. Wróbel, „Low Temperature Processing of Nanostructures Based on II-VI Semiconductors Quantum Wells.”, *Acta Physica Polonica, A*. **126** (2014).
- [36] K. Dybko, P. Pfeffer, M. Szot, A. Szczerbakow, A. Reszka, T. Story i W. Zawadzki, „Nernst-Ettingshausen effect at the trivial-nontrivial band ordering in topological crystalline insulator  $\text{Pb}_{1-x}\text{Sn}_x\text{Se}$ ”, *New Journal of Physics* **18**, 013047 (2016).
- [37] T. Heinzl, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures*, Physics textbook (Wiley, 2008).
- [38] cryogenic, *Crygen-Free Measurement System*, <https://www.cryogenic.co.uk/products/high-field-cfms-10-18-tesla>.

- [39] J. N. Zemel, J. D. Jensen i R. B. Schoolar, „Electrical and optical properties of epitaxial films of PbS, PbSe, PbTe, and SnTe”, *Physical Review* **140**, A330 (1965).
- [40] R. Akiyama, K. Fujisawa, R. Sakurai i S. Kuroda, „Weak antilocalization in (111) thin films of a topological crystalline insulator SnTe”, *Journal of Physics: Conference Series* **568**, WAL w SnTe na (111) cienkich warstwach, transport, 052001 (2014).
- [41] R. Ishikawa, T. Yamaguchi, Y. Ohtaki, R. Akiyama i S. Kuroda, „Thin film growth of a topological crystal insulator SnTe on the CdTe (111) surface by molecular beam epitaxy”, *Journal of Crystal Growth* **453**, 124–129 (2016).
- [42] A. A. Taskin, F. Yang, S. Sasaki, K. Segawa i Y. Ando, „Topological surface transport in epitaxial SnTe thin films grown on Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>”, *Phys. Rev. B* **89**, 121302 (2014).
- [43] B. A. Assaf, F. Katmis, P. Wei, B. Satpati, Z. Zhang, S. P. Bennett, V. G. Harris, J. S. Moodera i D. Heiman, „Quantum coherent transport in SnTe topological crystalline insulator thin films”, *Applied Physics Letters* **105**, 102108 (2014).
- [44] K. Zou, S. D. Albright, O. E. Dagdeviren, M. Morales-Acosta, G. H. Simon, C. Zhou, S. Mandal, S. Ismail-Beigi, U. D. Schwarz, E. I. Altman i in., „Revealing surface-state transport in ultrathin topological crystalline insulator SnTe films”, *APL Materials* **7**, 051106 (2019).
- [45] S. D. Albright, K. Zou, F. J. Walker i C. H. Ahn, „Weak antilocalization in topological crystalline insulator SnTe films deposited using amorphous seeding on SrTiO<sub>3</sub>”, *APL Materials* **9**, 111106 (2021).
- [46] F. Wei, C.-W. Liu, D. Li, C.-Y. Wang, H.-R. Zhang, J.-R. Sun, X. P. A. Gao, S. Ma i Z. Zhang, „Broken mirror symmetry tuned topological transport in PbTe SnTe heterostructures”, *Phys. Rev. B* **98**, 161301 (2018).
- [47] F. Wei, S. Ma i Z. Zhang, „Experimental observation of two types of linear magnetoresistance in topological crystalline insulator heterostructures”, *Journal of Physics D: Applied Physics* **52**, 285301 (2019).
- [48] B. A. Assaf, T. Cardinal, P. Wei, F. Katmis, J. S. Moodera i D. Heiman, „Linear magnetoresistance in topological insulator thin films: Quantum phase coherence effects at high temperatures”, *Applied Physics Letters* **102**, 012102 (2013).
- [49] M. L. Peres, H. S. Monteiro, V. A. Chitta, S. de Castro, U. A. Mengui, P. H. O. Rappl, N. F. Oliveira, E. Abramof i D. K. Maude, „Experimental investigation of spin-orbit coupling in n-type PbTe quantum wells”, *Journal of Applied Physics* **115**, 093704 (2014).
- [50] N. Hansen, „The CMA Evolution Strategy: A Tutorial”, *CoRR* **abs/1604.00772** (2016).



- [51] M. Nomura, S. Watanabe, Y. Akimoto, Y. Ozaki i M. Onishi, „Warm Starting CMA-ES for Hyperparameter Optimization”, *CoRR* **abs/2012.06932** (2020).
- [52] B. L. Altshuler, A. G. Aronov i D. E. Khmel'nitsky, „Effects of electron–electron collisions with small energy transfers on quantum localisation”, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **15**, 7367–7386 (1982).
- [53] H. Fukuyama, „Non-Metallic Behaviors of Two-Dimensional Metals and Effect of Intervalley Impurity Scattering”, *Progress of Theoretical Physics Supplement* **69**, 220–231 (1980).
- [54] A. Y. Kuntsevich, N. N. Klimov, S. A. Tarasenko, N. S. Averkiev, V. M. Pudalov, H. Kojima i M. E. Gershenson, „Intervalley scattering and weak localization in Si-based two-dimensional structures”, *Phys. Rev. B* **75**, 195330 (2007).
- [55] H.-Z. Lu i S.-Q. Shen, „Weak localization of bulk channels in topological insulator thin films”, *Phys. Rev. B* **84**, 125138 (2011).
- [56] I. Garate i L. Glazman, „Weak localization and antilocalization in topological insulator thin films with coherent bulk-surface coupling”, *Phys. Rev. B* **86**, 035422 (2012).
- [57] J. Antoszewski, D. J. Seymour, L. Faraone, J. R. Meyer i C. A. Hoffman, „Magneto-transport characterization using quantitative mobility-spectrum analysis”, *Journal of Electronic Materials* **24**, 1255–1262 (1995).
- [58] D. Chrastina, J. P. Hague i D. R. Leadley, „Application of Bryan’s algorithm to the mobility spectrum analysis of semiconductor devices”, *Journal of Applied Physics* **94**, 6583–6590 (2003).
- [59] G. Karczewski, M. Szot, S. Kret, L. Kowalczyk, S. Chusnutdinow, T. Wojtowicz, S. Schreyeck, K. Brunner, C. Schumacher i L. W. Molenkamp, „Nanoscale morphology of multilayer PbTe/CdTe heterostructures and its effect on photoluminescence properties”, *Nanotechnology* **26**, 135601 (2015).
- [60] O. A. Aleksandrova, A. T. Akhmedzhanov, R. T. Bondokov, V. A. Moshnikov, I. V. Saunin, Y. M. Tairov, V. I. Shtanov i L. V. Yashina, „The In/PbTe barrier structures with a thin intermediate insulating layer”, *Semiconductors* **34**, 1365–1369 (2000).
- [61] C. W. Groth, M. Wimmer, A. R. Akhmerov i X. Waintal, „Kwant: a software package for quantum transport”, *New Journal of Physics* **16**, 063065 (2014).
- [62] J. Tworzydło, C. W. Groth i C. W. J. Beenakker, „Finite difference method for transport properties of massless Dirac fermions”, *Phys. Rev. B* **78**, 235438 (2008).

- 
- [63] B. Messias de Resende, F. C. de Lima, R. H. Miwa, E. Vernek i G. J. Ferreira, „Confinement and fermion doubling problem in Dirac-like Hamiltonians”, *Phys. Rev. B* **96**, 161113 (2017).
- [64] J. W. C. Śliwa, „Przygotowana do druku”,
- [65] L. Brey i H. A. Fertig, „Electronic states of graphene nanoribbons studied with the Dirac equation”, *Phys. Rev. B* **73**, 235411 (2006).
- [66] P. Sessi, D. D. Sante, A. Szczerbakow, F. Glott, S. Wilfert, H. Schmidt, T. Bathon, P. Dziawa, M. Greiter, T. Neupert, G. Sangiovanni, T. Story, R. Thomale i M. Bode, „Robust spin-polarized midgap states at step edges of topological crystalline insulators”, *Science* **354**, 1269–1273 (2016).
- [67] G. P. Mazur, K. Dybko, A. Szczerbakow, J. Z. Domagala, A. Kazakov, M. Zgirski, E. Lusakowska, S. Kret, J. Korczak, T. Story, M. Sawicki i T. Dietl, „Experimental search for the origin of low-energy modes in topological materials”, *Phys. Rev. B* **100**, 041408 (2019).
- [68] R. M. Skiff, F. de Juan, R. Queiroz, S. Mathimalar, H. Beidenkopf i R. Ilan, „Confined vs. extended Dirac surface states in topological crystalline insulator nanowires”, *SciPost Phys. Core* **6**, 011 (2023).
- [69] K. Gloos, „An alternative view at the zero-bias anomaly of metallic point contacts”, *Low Temperature Physics* **35**, 935–938 (2009).